

$$\frac{4}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\sqrt{2} + \boxed{\text{オ}}\sqrt{3} + \boxed{\text{カ}}\sqrt{6} \text{ である.}$$

(13 上智大 経済(経営)2月6日 1(2))

ウ	エ	オ	カ
2	1	0	-1

【チェック・チェック】

分母を有理化する(分母の $\sqrt{\quad}$ をはず)には

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

として、分母において $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ の公式を利用します。

【解答】

分母を有理化する。

$$\begin{aligned} \frac{4}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} &= \frac{4(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{4(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{4(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(3 + 2\sqrt{2}) - 3} \\ &= \sqrt{2}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= 2 + \sqrt{2} - \sqrt{6} \\ &= \boxed{2} + \boxed{1}\sqrt{2} + \boxed{0}\sqrt{3} + \boxed{-1}\sqrt{6} \end{aligned}$$

← 分母分子に
 $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$
をかける。
チェクリビ9

- 分母を有利化するために、分母分子に

「 $1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$ をかける」, 「 $\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1$ をかける」
という方針も考えられるが, 【解答】のように分母分子に

「 $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ をかける」

のほうが計算を少なく済ませることができる。それはこのときは分母が

$$\begin{aligned} &(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= (1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= (3 + 2\sqrt{2}) - 3 \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

として、単項式になるからである。