

$P(x)$  は  $x^3$  の係数が 1 の 3 次式である.  $P(x)$  を  $x-1$  で割ったときの余りが  $-3$  である. また,  $P(x)$  を  $x-2$  で割ると割り切れ, その商を  $Q(x)$  とする.  $Q(x)$  を  $x+3$  で割ると余りが 7 である.

- (1)  $Q(x)$  を  $x-1$  で割ったときの余りを求めよ.
- (2)  $Q(x)$  を求めよ.
- (3)  $P(x)$  を  $(x-1)(x+3)$  で割ったときの商と余りを求めよ.

(13 徳島大 医・歯・薬 1・工 2)

(1) 3

(2)  $Q(x) = x^2 + x + 1$

(3) 商は  $x-3$ , 余りは  $8x-11$

## 【チェック・チェック】

整式を1次式で割った余りは剰余の定理により得ることができます。

2次以上の式で割るときは縦書きの割り算を実行します。本問でこの割り算を回避することができるでしょうか。

### 【解答】

与えられた条件より

$$P(1) = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

← 剰余の定理

$$P(x) = (x-2)Q(x) \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$Q(-3) = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

← 剰余の定理

さらに、 $P(x)$  は3次式で  $x^3$  の係数が1であるから、 $\textcircled{2}$ より、 $Q(x)$  は2次式で  $x^2$  の係数が1である。

(1)  $\textcircled{2}$ に  $x=1$  を代入すると

$$P(1) = -Q(1)$$

$$\therefore Q(1) = -P(1) = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{4} \quad (\because \textcircled{1})$$

剰余の定理より、 $Q(x)$  を  $x-1$  で割ったときの余りは **3** である。  $\cdots \cdots$ (答)

(2)  $Q(x)$  は2次式で  $x^2$  の係数が1であるから

$$Q(x) = (x-1)(x+3) + ax + b$$

とおくことができる。 $\textcircled{4}$ 、 $\textcircled{3}$ より

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ -3a + b = 7 \end{cases} \quad \therefore a = -1, b = 4$$

←  $Q(x) = x^2 + px + q$  とおいてもよい。 $\textcircled{3}$ を意識してこの形においた。  
チェクリピ 31

よって、

$$Q(x) = (x-1)(x+3) - x + 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$= (x^2 + 2x - 3) - x + 4$$

$$= x^2 + x + 1 \quad \cdots \cdots$$
(答)

(3)  $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{5}$ より

$$P(x) = (x-2)\{(x-1)(x+3) - x + 4\}$$

$$= (x-2)(x-1)(x+3) - (x-2)(x-4)$$

$$= (x-1)(x+3)(x-2) - x^2 + 6x - 8$$

$$= (x-1)(x+3)(x-2) - (x^2 + 2x - 3) + 8x - 11$$

$$= (x-1)(x+3)(x-2) - (x-1)(x+3) + 8x - 11$$

$$= (x-1)(x+3)(x-3) + 8x - 11$$

よって、 $P(x)$  を  $(x-1)(x+3)$  で割ったときの

$$\text{商は } x-3, \text{ 余りは } 8x-11 \quad \cdots \cdots$$
(答)

である。

- $P(x) = (x-2)(x^2+x+1) = x^3 - x^3 - x + 2$  を  $(x-1)(x+3) = x^2 + 2x - 3$  で割ると

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 2x - 3 \overline{) x^3 - x^2 - x - 2} \\
 \underline{x^3 + 2x^2 - 3x} \phantom{- 2} \\
 -3x^2 + 2x - 2 \\
 \underline{-3x^2 - 6x + 9} \\
 8x - 11
 \end{array}$$

← 縦書きの割り算を実行する

よって、 $P(x)$  を  $(x-1)(x+3)$  で割ったときの

商は  $x-3$  , 余りは  $8x-11$

である。