

「 $x^2 > y^2 + 1$ 」は「 $|x| > |y|$ 」であるための (xii) .

- (a) 必要十分条件である
- (b) 十分条件だが必要条件ではない
- (c) 必要条件だが十分条件ではない
- (d) 必要条件でも十分条件でもない

(13 北見工大 1(10))

(xii)

(b)

【チェック・チェック】

真理集合の包含関係から命題真偽を調べることができますが、仮定を表わす集合の境界は双曲線 (数学 C) となるので、必要、十分に分けて命題の真偽を調べていきましょう。

【解答】

$x^2 > y^2 + 1$ ならば、

$$x^2 > y^2 + 1 > y^2 \quad x^2 > y^2 \quad \therefore |x| > |y|$$

したがって、「 $x^2 > y^2 + 1$ 」 \implies 「 $|x| > |y|$ 」は真である。

一方、 $x = \frac{1}{2}$, $y = 0$ とすると、

$|x| > |y|$ は成り立つが、 $x^2 > y^2 + 1$ は成り立たないから、

「 $|x| > |y|$ 」 \implies 「 $x^2 > y^2 + 1$ 」は偽である。

よって、「 $x^2 > y^2 + 1$ 」は「 $|x| > |y|$ 」であるための

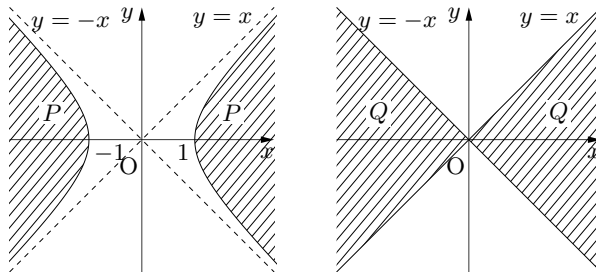
十分条件だが必要条件ではない。 (b)

- 2つの条件の真理集合をそれぞれ

$$P = \{(x, y) \mid x^2 > y^2 + 1\},$$

$$Q = \{(x, y) \mid |x| > |y|\}$$

とし、図示すると、 P , Q は斜線部分となる。境界は含まない。(数学 C)



$P \subset Q$ かつ $Q \not\subset P$ より、

$$\left[x^2 > y^2 + 1 \right] \overset{\text{真}}{\longleftarrow} \overset{\text{偽}}{\longrightarrow} \left[|x| > |y| \right]$$

であり、「 $x^2 > y^2 + 1$ 」は「 $|x| > |y|$ 」の

十分条件だが必要条件ではない。

← 「 $p \implies q$ 」が真であるから、 p は q であるための十分条件である。

← 「 $q \implies p$ 」が偽であるから、 p は q であるための必要条件ではない。

← 真理集合の包含関係により命題の真偽が決まる。