

a を実数とする. 2つの集合

$$A = \{2, 4, a^3 - 3a^2 + 9\},$$

$$B = \{-2, a + 2, a^2 - 2a + 1, a^3 + a^2 + 3a - 13\}$$

において, $A \cap B = \{4, 5\}$ であれば $a =$ である. また, このとき

$$A \cup B = \{-2, \text{ }, 2, 4, 5\}$$

である.

(13 玉川大 工・農 2(4))

ス	セ
2	1

【チェック・チェック】

$A \cap B = \{4, 5\}$ より 4, 5 はともに A, B の要素です. A と B を比較すると a をふくむ要素は A の方が少ないので, A に着目します. すると, $a^3 - 3a^2 + 9 = 5$ であることが必要であることがわかります.

【解答】

$$A = \{2, 4, a^3 - 3a^2 + 9\},$$

$$B = \{-2, a + 2, a^2 - 2a + 1, a^3 + a^2 + 3a - 13\}$$

$A \cap B = \{4, 5\}$ であるためには, A の要素に着目すると

$$a^3 - 3a^2 + 9 = 5$$

であることが必要である. この方程式を解くと

$$a^3 - 3a^2 + 4 = 0$$

$$(a + 1)(a^2 - 4a + 4) = 0$$

$$(a + 1)(a - 2)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1, 2$$

(i) $a = -1$ のとき;

$$A = \{2, 4, 5\}, B = \{-2, 1, 4, -16\}$$

$A \cap B = \{4\}$ であり, $A \cap B = \{4, 5\}$ に反する.

(ii) $a = 2$ のとき;

$$A = \{2, 4, 5\}, B = \{-2, 4, 1, 5\}$$

$A \cap B = \{4, 5\}$ であり, 適する.

以上 (i), (ii) より, 求める a の値は

$$a = \boxed{2}$$

……(答)

である. また, このとき

$$A \cup B = \{-2, \boxed{1}, 2, 4, 5\}$$

……(答)

である.

← $A \cap B$ は A と B の
共通部分である.
チェックリビ

← 因数定理を用いて因
数分解する.

← $A \cup B$ は A と B の
和集合である.