1872 と 600 の最小公倍数を a とすると，$\dfrac{a}{100} =$ $\boxed{\text{アイウ}}$．a の正の約数は全部で $\boxed{\text{エオ}}$ 個．その中で 3000 より大きなものは全部で $\boxed{\text{カキ}}$ 個．

(13 法政大 法・文・経・情科 5)

アイウ	エオ	カキ
468	90	12

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

最小公倍数は 2 数を素因数分解して求めます．約数の個数は大丈夫でしょうか．
最後の設問に対しては a を 3000 より大きな数 x と他の数 y との積で表してみましょう．x と y は 1 対 1 に対応します．

【解答】

1872 と 600 を素因数分解すると

$$1872 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 13, \quad 600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$$

であり，最小公倍数 a は

$$a = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 13$$

である．これより

$$\frac{a}{100} = \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 13}{2^2 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 13 = \mathbf{468} \qquad \cdots\cdots(答)$$

a の正の約数は

$$2^p \cdot 3^q \cdot 5^r \cdot 13^s \quad (0 \leqq p \leqq 4,\ 0 \leqq q \leqq 2,\ 0 \leqq r \leqq 2,\ 0 \leqq s \leqq 1)$$

と表される．$p,\ q,\ r,\ s$ のとり方はそれぞれ 5 通り，3 通り，3 通り，2 通りあるから，正の約数の個数は全部で

$$5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = \mathbf{90}\ (個) \qquad \cdots\cdots(答)$$

ある．

次に，$x,\ y$ を a の約数として

$$a = xy\ (x > 3000) \qquad \cdots\cdots ①$$

を満たすものとする．

$$y = \frac{a}{x} < \frac{a}{3000} = \frac{a}{30 \times 100} = \frac{468}{30} = 15.6$$

①を満たす x と y は 1 対 1 に対応するから，x の個数と y の個数は一致する．y は a の 15 以下の約数であり

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 9,\ 10,\ 12,\ 13,\ 15$$

の 12 個がある．よって，a の正の約数で 3000 より大きいものは全部で **12** 個ある．　……(答)

⟵ 素因数分解して最小公倍数を求める．

⟵ 素因数分解の確認でもあり，後半のヒントにもなっている．

⟵ 約数の個数．1 も a の a の約数である．

⟵ a を 3000 より大きな約数を用いた積で表す．

⟵ x の個数を数えるのは得策ではない．