

$m, n (n > 0)$ は整数とする. $m^2 - 6m + 1 + 2n = 0$ をみたす整数の組 (m, n) は, 何個あるか.

(13 自治医大 9)

3 個

【チェック・チェック】

m, n はともに整数ですが, n はさらに $n > 0$ という条件がついています. この条件を使って m の範囲を絞り込むことができます.

【解答】

$m^2 - 6m + 1 + 2n = 0$ を変形して

$$(m - 3)^2 = 8 - 2n$$

$n > 0$ より, 右辺は 8 未満の偶数であるから

$$(m - 3)^2 = 0, 4 \quad \therefore m - 3 = 0, \pm 2$$

よって, 組 (m, n) は

$$(m, n) = (3, 4), (5, 2), (1, 2) \text{ の } \mathbf{3} \text{ 個} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.

- $2n = -m^2 + 6m - 1$ とみると, $n > 0$ より

$$-m^2 + 6m - 1 > 0$$

$$\therefore 3 - 2\sqrt{2} < m < 3 + 2\sqrt{2}$$

であり, m が整数かつ $2 < 2\sqrt{2} < 3$ であることに注意すると

$$1 \leq m \leq 5$$

として m の値の範囲を絞り込むことができる. あとは $m = 1, 2, \dots, 5$ を $-m^2 + 6m - 1$ に代入し, 偶数 $(2n)$ となるものを求めればよい. これを満たすのは m^2 が奇数のときであるから

$$m = 1, 3, 5$$

である. 求める個数はの 3 個である.

← m を 1 カ所にまとめた

← 偶数の平方数

← mn 平面における上に凸な放物線

← まずは実数として m の範囲を絞り込む

← さらに整数という条件も加えて m の範囲を絞り込む