第 50 項が 2013，第 500 項が 213 である等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，$S_n = \boxed{\text{(ウ)}}$ である．また S_n が最大となるような n の値は $n = \boxed{\text{(エ)}}$ である．

(13 慶應大 看護医療 1(2))

(ウ)	(エ)
$-2n^2+2211n$	553

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

等差数列の基本問題です．設問では，S_n を求めた後に，S_n を最大とする n を求めていますが，S_n を求めなくても，S_n を最大とする n を求めることはできます．

【解答】

初項を a，公差を d とする等差数列を $\{a_n\}$ とすると，$a_{50}=2013$，$a_{500}=213$ より

$$\begin{cases} a+49d=2013 \\ a+499d=213 \end{cases} \qquad \therefore \quad d=-4,\ a=2209$$

$$\therefore \quad a_n=2209-4(n-1)=2213-4n$$

←― 等差数列の一般項

よって

$$S_n=\frac{n\{2209+(2213-4n)\}}{2}$$
$$=\underbrace{\boxed{\boldsymbol{-2n^2+2211n}}}_{(ウ)} \qquad \cdots\cdots(答)$$

←― $S_n=\dfrac{(項数)(初項+末項)}{2}$

である．これより

$$S_n=-2\left(n-\frac{2211}{4}\right)^2+2\left(\frac{2211}{4}\right)^2$$

←― 2 次式の平方完成

であり，S_n は $\dfrac{2211}{4}=552+\dfrac{3}{4}$ に最も近い整数 $n=\underbrace{\boxed{\mathbf{553}}}_{(エ)}$ のとき最大となる．　$\cdots\cdots$(答)

←― 軸に最も近い整数値

←― チェクリピ (302)

- S_n を求めなくても，S_n を最大とする n を求めることはできる．
  $a_n \geqq 0$ となる n の範囲を調べると

  $$2213-4n \geqq 0 \iff n \leqq \frac{2213}{4}=553+\frac{1}{4}$$

  $\{a_n\}$ は単調減少な数列であるから，$a_n \geqq 0$ となる最大の n が S_n を最大とする n である．
  　したがって，求める n の値は 553 である．

←― 正の項をすべて加えたとき S_n は最大となる．