xy 座標平面上で，x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という．$x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$x + 2y \leqq 100$ を同時に満たす格子点の個数は $\boxed{\mathsf{B}}$ である．

(13 大阪薬大 1(2))

B
2601

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

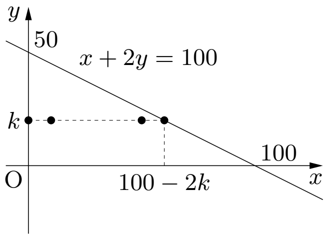
面を線で切って線上の格子点を数えていきます．線は $x=$ (一定)，$y=$ (一定) を考えますが，どちらが数えやすいかは領域の形によります．

【解答】

与えられた領域

$$\begin{cases} x \geqq 0 \\ y \geqq 0 \\ x+2y \leqq 100 \end{cases}$$

を図示すると右図の三角形の周および内部である．この領域内にある直線 $y=k$ $(0 \leqq k \leqq 50)$ 上の格子点の個数は



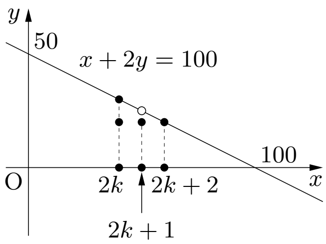
$$(100-2k)+1=101-2k \text{ (個)}$$

である．求める格子点の個数は

$$\sum_{k=0}^{50}(101-2k)=\frac{51(101+1)}{2}=51^2=\mathbf{2601} \qquad \cdots\cdots\text{(答)}$$

⟵ 領域を $y=$ (一定) な直線で切りながら格子点を数えていく．

- 直線 $x=k$ $(0 \leqq k \leqq 100)$ 上の格子点を数えていくと



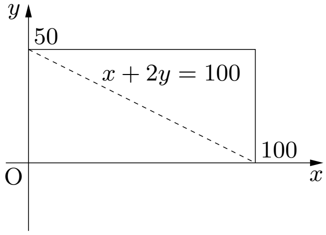
  $x=0$ のとき，51 個
  $x=1$ のとき，50 個
  $x=2$ のとき，50 個
  $x=3$ のとき，49 個
  $x=4$ のとき，49 個
  $\cdots$
  $x=99$ のとき，1 個
  $x=100$ のとき，1 個

  であるから，求める格子点の個数は

$$\begin{aligned} &51+(50+50)+(49+49)+\cdots+(1+1) \\ =&51+2(1+2+\cdots+49+50) \\ =&51+2\cdot\frac{50(1+50)}{2} \\ =&51+50\cdot51=51^2=2601 \end{aligned}$$

⟵ 領域を $x=$ (一定) な直線で切りながら格子点を数えていく．

- 100×50 の長方形と 2 点 $(0,\ 50)$，$(100,\ 0)$ を結ぶ対角線 L に着目する．
  一度 L 上の格子点は除いておいて，後でこれらを加える．L 上に格子点は 51 個あるから，求める格子点の個数は



$$\begin{aligned} &\frac{101\times51-51}{2}+51 \\ =&51\times50+51 \\ =&51^2=2601 \end{aligned}$$

⟵ 長方形を対角線に沿って切ると題意の三角形ができる．