

数列 $1, 1+2+3, 1+2+3+4+5, 1+2+3+4+5+6+7, \dots$ の初項から第 n 項までの和を n を用いて表すと **オ** となる.

(13 立教大 理 (数・物・化・生命理) 1(3))

オ

$$\frac{1}{6}n(n+1)(4n-1)$$

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

和 $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=1}^n k$ の公式に関する基本問題です.

【解答】

与えられた数列の第 k 項は、1 から k 番目の奇数までの自然数の和であり

$$1 + 2 + 3 + \cdots + (2k - 1) = \frac{(2k - 1)2k}{2} = 2k^2 - k$$

である. 求める和は

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (2k^2 - k) &= 2 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{n(n+1)}{6} \{2(2n+1) - 3\} \\ &= \frac{1}{6} n(n+1)(4n-1) \quad \cdots \cdots (\text{答}) \end{aligned}$$

← 第 k 項として与えられている和の最後の項は k 番目の奇数である.

← $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=1}^n k$ の公式
チェクリビ (316)