

後期：経済学部

1

$a \geq 1$ を満たす実数 a に対して、2つの放物線 $C : y = x^2 - ax - a$ と $D : y = ax^2 + ax$ を考える。

- (1) 2つの放物線 C と D が異なる2点で交わるような a の値の範囲を求めよ。
- (2) a が(1)で求めた範囲にあるとき、 C と D の2つの交点を通る直線の傾きを m とする。 m が最大になるように a の値を定め、そのときの m の値を求めよ。

2

2次方程式 $4x^2 + 2x - 1 = 0$ の2つの解を $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ とする。

- (1) $\alpha = \cos \theta$ となる角 θ が、 $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲に1つだけ存在することを示せ。
- (2) (1)の θ について、 $\beta = \cos 2\theta$ が成り立つことを示せ。
- (3) (1)の θ の値を求めよ。

3

袋の中に1, 2, 3, 4, 5の番号が1つずつ書かれた5つの玉が入っている。この中から無作為に1個の玉を取り出し、玉に書かれている数字を記録したのち袋に戻すという操作を行う。その操作を繰り返し、記録された数字の和が3の倍数になった時点で終了する。ただし、1回目で3の倍数が出た場合は、その時点で終了とする。 n 回目の操作で終了する確率を p_n とする。

- (1) p_1, p_2 を求めよ。
- (2) $n \geq 3$ のとき、 p_n を n の式で表せ。

4

1辺の長さが1の正四面体OABCにおいて、辺OAを3:1に内分する点をD、辺OBを2:1に内分する点をE、辺ACを2:1に内分する点をFとする。3点D, E, Fが定める平面を α とし、平面 α と辺BCとの交点をGとする。

- (1) \overrightarrow{OG} を \overrightarrow{OB} と \overrightarrow{OC} を用いて表せ。
- (2) $\triangle EFG$ の面積を求めよ。