

12人の生徒が4人ずつ3つのグループ A, B, C に分かれている. この12人の生徒のうち,  $n$  人 ( $1 \leq n \leq 12$ ) が横1列に並ぶことを考える. ただし, 同じグループの生徒は隣り合わないよう並ぶものとする.

- (1)  $n = 2$  のとき, このような並び方は何通りあるか.
- (2)  $n = 3$  のとき, このような並び方は何通りあるか.
- (3)  $n = 4$  のとき, このような並び方は何通りあるか.

(13 北海学園大 工 4 経済・経営 2)

- (1) 96 通り
- (2) 672 通り
- (3) 4320 通り

解答は次のページにあります.

## 【チェック・チェック】

題意を満たす並び方は

- グループの並びを決めてから、人の並びを決める
- 左から順に隣の人と異なるグループの人を並べていく

としてつくることができます。

### 【解答】

(1)  $n = 2$  のとき、2 つグループの並び方を決め、各グループから生徒を一人ずつ選ばばよい。

$${}_3P_2 \times 4 \cdot 4 = 6 \times 4 \cdot 4 = \mathbf{96} \text{ (通り)} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

- 左端の候補は 12 通り、その隣りは左端以外のグループの生徒が並ぶから 8 通りがある。求める並び方は

$$12 \cdot 8 = \mathbf{96} \text{ (通り)}$$

← 左端はだれでもよい。

(2)  $n = 3$  のとき、3 つグループが並ぶときと 2 つのグループが並ぶときの 2 通りがある。

(i) 3 つのグループが並ぶとき  
グループの並び方は  $3!$  通り、各グループから生徒が一人ずつ並ぶから

$$3! \times 4 \cdot 4 \cdot 4 = 6 \times 64 = 384 \text{ (通り)}$$

← XYZ

(ii) 2 つのグループが並ぶとき  
左端、2 番目のグループが決まれば、3 番目のグループは左端のグループである。この並び方は  ${}_3P_2$  通りある。このときの生徒の並び方は  $4 \cdot 4 \cdot 3$  通りある。

$${}_3P_2 \times 4 \cdot 4 \cdot 3 = 6 \times 48 = 288 \text{ 通り}$$

← XYX

(i), (ii) より、求める並び方は

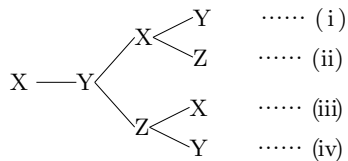
$$384 + 288 = \mathbf{672} \text{ 通り} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

- 左端の候補は 12 通り、2 番目の生徒は左端と異なるグループの生徒なので 8 通り、3 番目の生徒は 2 番目のグループと異なるグループの生徒なので 7 通りの並び方がある。

$$12 \cdot 8 \cdot 7 = \mathbf{672} \text{ (通り)}$$

← 左端の 1 人と 2 番目の人と同じグループの 4 人を除いた  $12 - (1 + 4) = 7$  人が 3 番目の候補となる。

(3)  $n = 4$  のとき、グループの並び方は、グループ名を X, Y, Z とすると



← 樹形図を利用してすべてを並べる。

の 4 通りがある。

(i) X, Y にあたるグループの決め方が  $3 \cdot 2$  通り、生徒の並び方

は  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3$  通りあるから

$$3 \cdot 2 \times 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 6 \times 144 = 864 \text{ (通り)}$$

(ii) X, Y, Z にあたるグループの決め方が  $3!$  通り、生徒の並び方は  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4$  通りあるから

$$3! \times 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 6 \times 192 = 1152 \text{ (通り)}$$

(iii), (iv) どちらも (ii) と同じく

$$3! \times 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 1152 \text{ (通り)}$$

以上 (i)~(iv) より、求める並び方は

$$864 + 1152 \times 3 = \mathbf{4320} \text{ 通り} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

● 樹形図 (i)~(iv) に対して、左端から生徒を並べていくと考えると、次のように数えることができる。

(i)  $12 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 3 = 864$  (通り)

(ii)  $12 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4 = 1152$  (通り)

(iii)  $12 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 3 = 1152$  (通り)

(iv)  $12 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 3 = 1152$  (通り)