

3種類の文字 O, U, S を, くり返しを許して 1 列に 6 個並べるとき, 次のような並べ方はそれぞれ何通りあるか.

- (1) O が含まれないように並べる.
- (2) O が 2 個以上含まれるように並べる.
- (3) O, U, S がいずれも 2 個ずつ含まれるように並べる.
- (4) どの連続する 3 文字も「OUS」とならないように並べる.

(13 岡山理大 理・工・総合情報・生物地球 2)

- (1) 64 通り
- (2) 473 通り
- (3) 90 通り
- (4) 622 通り

【チェック・チェック】

(1) は重複順列, (3) は同じものを含む順列です.

(2), (3) では「すべての並べ方」から「条件を満たさないものの並べ方」を除くことを考えてみましょう.

【解答】

(1) O が含まれないのは, U, S をくり返しを許して 1 列に並べるときである. 求める並べ方は

$$2^6 = \mathbf{64} \text{ (通り)} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

← 重複順列

(2) すべての並べ方 $3^6 = 729$ 通りから, O が 2 個以上含まれない並べ方を除く.

← 「すべて」から「条件を満たさないもの」を除く.

O が含まれない並べ方は (1) より 64 通り

O が 1 個だけ含まれる並べ方は ${}_6C_1 \cdot 2^5 = 192$ 通り

よって, O が 2 個以上含まれるような並べ方は

$$729 - (64 + 192) = \mathbf{473} \text{ (通り)} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

(3) O, O, U, U, S, S の並べ方は

$$\frac{6!}{2!2!2!} = \mathbf{90} \text{ (通り)} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

← チェクリビ
同じものを含む順列

(4) すべての並べ方から「OUS」を含む並べ方を除く. 連続する 3 文字が「OUS」となるのは次の 4 通りがある.

← 「すべて」から「条件を満たさないもの」を除く.

(i) OUS □□□

(ii) □ OUS □□

(iii) □□ OUS □

(iv) □□□ OUS

それぞれの並べ方は $3^3 = 27$ 通りある. このうち (i) と (iv) において, OUSOUS が重複しているから, (i)~(iv) をみたま並べ方の合計は

$$4 \times 27 - 1 = 107 \text{ (通り)}$$

← 重複した「OUSOUS」の 1 通りの除く.

である. よって, 求める並べ方は

$$729 - 107 = \mathbf{622} \text{ (通り)} \quad \dots\dots \text{(答)}$$