さいころを 5 回投げ，出た 5 つの目を出た順に並べたものを目の出方とする．

(1) すべての目の出方は何通りあるか.
(2) 5 以上の目が 2 つ以上ある目の出方は何通りあるか.
(3) 和が 10 以上となる 2 つの目を選ぶことができる目の出方は何通りあるか.

(13 徳島大・総合科学 6)

(1) 7776 通り
(2) 4192 通り
(3) 5067 通り

【チェック・チェック】

重複を許して数字を並べる，すなわち，重複順列の問題です．
(2) は (3) のヒントと読み取ることができるでしょうか．

【解答】

(1) 1 回の試行で出るさいころの目は 6 通りある．さいころを 5 回投げたときのすべての目の出方は

$6^5 = \mathbf{7776}$ 通り ……(答)

⟵ チェクリピ 重複順列

(2) さいころを 5 回投げたとき，
5 以上の目が 1 回も出ないのは　$4^5 = 1024$ 通り
5 以上の目が 1 回だけ出るのは　${}_5\mathrm{C}_1 \cdot 2 \times 4^4 = 2560$ 通り
よって，5 以上の目が 2 つ以上ある目の出方は

$7776 - (1024 + 2560) = \mathbf{4192}$ 通り ……(答)

5 回とも 4 以下の目が出る．
⟵ 5 以上の目は 5 または 6 の 2 通りがある．

(3) さいころを 5 回投げたとき，和が 10 以上となる 2 つの目を選ぶことができるのは
(i) 5 以上の目が 2 つ以上出る
(ii) 6 の目 1 個と他は 4 以下の目で 4 の目が少なくとも 1 つ出る
のいずれかである．
(i) は (2) で計算済み．
(ii) は 6 の目が何回目で出るかを考えると ${}_5\mathrm{C}_1 = 5$ 通り，残り 4 回はすべて 4 以下の目ですべてが 3 以下とはならないときであるから

$5 \times (4^4 - 3^4) = 5 \times (256 - 81) = 5 \times 175 = 875$ 通り

よって，求める目の出方は

$4192 + 875 = \mathbf{5067}$ 通り ……(答)

⟵ (2) の利用を考えた．

- さいころを 5 回投げたとき，和が 10 以上となる 2 つの目を選ぶことができない目の出方は
  (i) すべての目が 4 以下の目が出る
  (ii) 5 の目が 1 回で残り 4 回は 4 以下の目が出る
  (iii) 6 の目が 1 回で残り 4 回は 3 以下の目が出る
  のいずれかである．
  (i) の目の出方は　$4^5 = 1024$ 通り
  (ii) の目の出方は　${}_5\mathrm{C}_1 \times 4^4 = 1280$ 通り
  (iii) の目の出方は　${}_5\mathrm{C}_1 \times 3^4 = 405$ 通り

  よって，求める目の出方は

  $7776 - (1024 + 1280 + 405) = 7776 - 2709 = 5067$ 通り

⟵ (1) から条件を満たさないものを除く．