1 から 8 までの番号がついた 8 枚のカードを 3 枚，3 枚，2 枚の 3 つの組に分けるとき，異なる分け方は $\boxed{\textbf{アイウ}}$ 通りある．また，1 番と 2 番のカードを同じ組に入れて 3 枚，3 枚，2 枚の 3 つの組に分ける場合には，異なる分け方は $\boxed{\textbf{エオ}}$ 通りある．

旺なし (13 青山学院大 経済 2(2))

アイウ	エオ
280	70

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

組分け問題では同じ枚数となる組があるか否かに注意します.

例えば，6 人を 3 人 3 人の 2 組に分けることを考えましょう.

部屋割りを「2 つの方法で数える」ことを考えます. 6 人を 3 人 3 人に分けた後，3 人部屋 A，B にそれぞれの組の人々を入れる方法は，3 人 3 人の分け方の総数を x 通りとすると， $x \times 2!$ 通りである. 一方，6 人のうちの 3 人を部屋 A に入れると, 残り 3 人は部屋 B に入るから部屋 A，B に入る部屋割りの総数は ${}_6\mathrm{C}_3$ 通りである. これより

$$x \times 2! = {}_6\mathrm{C}_3 \qquad \therefore \quad x = \frac{{}_6\mathrm{C}_3}{2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot \frac{1}{2} = 10 \text{ (通り)}$$

もうひとつ,「特定な一人に着目する」方法もあります. 6 人のうちの一人に着目し誰と仲間になるかを考えるとその選び方は

$${}_5\mathrm{C}_2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \text{ (通り)}$$

であり，これが求める組分けの総数です.

【解答】

1，2，3，4，5，6，7，8 と番号のついた 8 枚のカードを 3 枚 3 枚 2 枚の 3 組に分ける方法は,

$$\frac{{}_8\mathrm{C}_3 \cdot {}_5\mathrm{C}_3}{2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot \frac{1}{2} = \underset{\text{アイウ}}{\boxed{\mathbf{280}}} \text{ (通り)} \quad \cdots\cdots \text{(答)}$$

⟵ 2! で割ることに注意する.

- 8 枚のカードから 6 枚を選び，この中の 1 枚に着目して同じ組となる 2 枚を決めることにより 3 枚，3 枚，2 枚の組分けができる.

  $${}_8\mathrm{C}_6 \cdot {}_5\mathrm{C}_2 = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 280 \text{ (通り)}$$

⟵ 特定な 1 枚に着目する.

また，1，2 のカードを同じ組に入れて，3 枚 3 枚 2 枚の 3 組に分けるのは

(i) 1，2 のカードを 3 枚の組に入れるとき；

3，4，5，6，7，8 のカードから 1 枚を選び，1，2 のカードと同じ組に入れ，残り 5 枚を 3 枚 2 枚の 2 組に分ければよい.

$${}_6\mathrm{C}_1 \cdot {}_5\mathrm{C}_3 = 6 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 60 \text{ (通り)}$$

(ii) 1，2 のカードを 2 枚の組に入れるとき；

3，4，5，6，7，8 のカードを 3 枚ずつの 2 組に分ければよい.

$$\frac{{}_6\mathrm{C}_3}{2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot \frac{1}{2} = 10 \text{ (通り)}$$

⟵ 2! で割ることに注意する.

(i)，(ii) より，求める分け方の総数は

$$60 + 10 = \underset{\text{エオ}}{\boxed{\mathbf{70}}} \text{ (通り)} \qquad \cdots\cdots \text{(答)}$$

- (ii) については，残り 6 枚の中の特定な 1 枚に着目して同じ組となる 2 枚を決めると考えると，3 枚 3 枚の組分けができる.

  $${}_5\mathrm{C}_2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

⟵ 特定な 1 枚に着目する.