以下の $\boxed{}$ にあてはまる式または数値を，解答用紙 (省略) の所定の欄に記入せよ．

xy 平面を考える．大小 2 個のさいころを投げて，大のさいころの目の数を x 座標，小のさいころの目の数を y 座標とする点を P とする．もう一度，大小 2 個のさいころを投げて，大のさいころの目の数を x 座標，小のさいころの目の数を y 座標とする点を Q とする．

(1) 点 P が直線 $l: y = x$ 上にある確率は $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) 点 P が不等式 $y > x$ で表される領域にある確率は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(3) 点 P と点 Q が異なる確率は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(4) 2 点 P，Q がどちらも直線 $l: y = x$ 上になく，かつ線分 PQ が l と共有点をもつ確率は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(5) 線分 PQ の長さが 1 である確率は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(13 京都産大 理・コン理工・総合生命 2)

ア	イ	ウ	エ	オ
$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{35}{36}$	$\frac{25}{75}$	$\frac{5}{54}$

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

2 つの方針が考えられます．

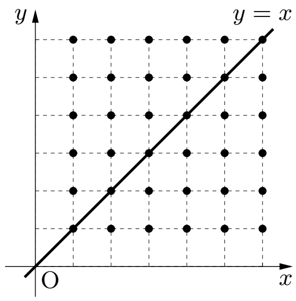
(i) x 座標，y 座標の決め方は $6^2 = 36$ 通りあり，これらの起こり方は同様に確からしい．この 36 通りを全事象とした確率を考える．

(ii) x 座標，y 座標は 2 個のさいころの目の出方で決まる．これら試行は独立であり，それぞれの試行で起こる事象の確率はそれぞれの確率をかけたものに等しい．

独立試行を意識した解答もつくれるようにしておきましょう．

【解答】

(1) 大小 2 個のさいころの目の出方は 6^2 通りあり，これらの起こり方は同様に確からしい．これらを xy 平面上に図示すると右図の黒丸となる．



点 P が直線 $l : y = x$ 上にあるのは，

$(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 3)$，
$(4,\ 4)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 6)$

の 6 点である．よって，求める確率は

$$\frac{6}{6^2} = \mathbf{\frac{1}{6}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

⟵ 確率の定義

- x 座標，y 座標を決める試行は独立である．任意の x 座標に対して y 座標は x 座標と同じであればよいから，求める確率は

$$1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

としてもよい．

⟵ 2 つの試行が無関係であるとき，2 つの試行は独立であるという．

独立試行の確率

(2) 点 P が不等式 $y > x$ で表される領域にあるのは，

$(1,\ 2)$，$(1,\ 3)$，$(1,\ 4)$，$(1,\ 5)$，$(1,\ 6)$，
$(2,\ 3)$，$(2,\ 4)$，$(2,\ 5)$ $(2,\ 6)$，
$(3,\ 4)$，$(3,\ 5)$，$(3,\ 6)$，
$(4,\ 5)$，$(4,\ 6)$，
$(5,\ 6)$

の 15 点である．よって，求める確率は

$$\frac{15}{6^2} = \mathbf{\frac{5}{12}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

⟵ 確率の定義

- 点 P が不等式 $y > x$ で表される領域にあるのは，x 座標 k に対して y 座標が $k+1$，$k+2$，$\cdots$，6 となるときであり，$6-k$ $(1 \leqq k \leqq 5)$ 通りがある．この確率は

$$\frac{1}{6} \times \frac{6-x}{6} = \frac{6-x}{6^2}$$

⟵ 独立試行の確率

k は $k = 1,\ 2,\ \cdots,\ 5$ と動くから，求める確率は

$$\sum_{x=1}^{5} \frac{6-x}{6^2} = \frac{5+4+3+2+1}{6^2}$$
$$= \frac{1}{6^2} \cdot \frac{5(5+1)}{2} = \frac{5}{12}$$

(3) 点 Q が点 P と一致する確率は $1\times\dfrac{1}{6^2}=\dfrac{1}{36}$ であるから，求める確率は

$$1-\frac{1}{36}=\mathbf{\frac{35}{36}} \quad \cdots\cdots(答)$$

← 点 P，Q の座標を決める試行も独立である．

← 余事象の確率

(4) (i) 点 P が不等式 $y>x$ で表される領域にあり，かつ，点 Q が不等式 $y<x$ で表される領域にある確率は，(2) より，ともに $\dfrac{5}{25}$ である．点 P，Q の座標の座標を決める試行はは独立であるから

$$\frac{5}{12}\times\frac{5}{12}=\frac{25}{144}$$

← 独立試行の確率

(ii) 点 P が不等式 $y<x$ で表される領域にあり，かつ，点 Q が不等式 $y>x$ で表される領域にある確率は，(i) と同様にして

$$\frac{25}{144}$$

(i) と (ii) は排除より，求める確率は

$$\frac{25}{144}+\frac{25}{144}=\mathbf{\frac{25}{72}} \quad \cdots\cdots(答)$$

(5) $1\leqq x\leqq 6$, $1\leqq y\leqq 6$ にある格子点を x 軸，y 軸に平行な線分で結ぶとき，

x と平行な長さ 1 の線分は $5\times 6=30$ (本)

y と平行な長さ 1 の線分は $5\times 6=30$ (本)

の合計 60 本がある．線分の端点 P，Q のとり方は ${}_2\mathrm{C}_1=2$ 通りあるから，求める確率は

← 条件を満たす P，Q のとり方は 60×2 通りある．

$$60\times 2\times\frac{1}{6^2}\times\frac{1}{6^2}=\mathbf{\frac{5}{54}} \quad \cdots\cdots(答)$$