

袋の中に、赤球 5 個、白球 4 個の計 9 個の球が入っている。袋の中から同時に 3 個の球を取り出すとき、取り出した 3 個が同じ色である確率は $\frac{6}{7}$

取り出した 3 個のうち、少なくとも 1 個は赤球である確率は $\frac{89}{1011}$

(13 関東学院大 理工・建築・環境 1(2))

6	7	89	1011
1	6	20	21

解答は次のページにあります。

【チェック・チェック】

3個の球の取り出し方は

$$(\text{赤}, \text{白}) = (0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0)$$

のいずれかですが、これらは同程度に起こるとは期待されません。まずは同程度に起こると期待される(同様に確からしい)3個の球の取り出し方(根元事象)をおさえることです。

具体的には区別のできない5個の赤球であっても「赤₁, 赤₂, 赤₃, 赤₄, 赤₅」, 区別のできない4個の白球も「白₁, 白₂, 白₃, 白₄」として区別し, 異なる9個の球が入った袋の中から3個の球を取り出すという試行を考えます。このときの起こり方は ${}_9C_3$ 通りがあり, これらのどれもが同程度に起こると期待されます。

【解答】

球の取り出し方は ${}_9C_3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2} = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ 通りあり, これらの起こり方は同様に確からしい。

取り出した3個が同じ色であるのは, 赤球3個または白球3個を取り出したときである。このときの確率は

$$\frac{{}_5C_3 + {}_4C_3}{2^2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{10 + 4}{2^2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{1}{6} \quad \dots\dots (\text{答})$$

取り出した3個のうち, 少なくとも1個が赤球であることの余事象は, 白球3個を取り出すことである。求める確率は

$$1 - \frac{{}_4C_3}{2^2 \cdot 3 \cdot 7} = 1 - \frac{1}{3 \cdot 7} = \frac{20}{21} \quad \dots\dots (\text{答})$$

← 根元事象の個数

← 「少なくとも…」は余事象を考える。