箱の中に赤玉が 2 個，青玉が 3 個，白玉が 4 個入っている．

(1) この箱の中から 3 個の玉を同時に取り出したとき，全て同じ色である確率は $\boxed{\text{ス}}$ である．

(2) この箱の中から 1 つずつ玉を取り出し，青玉が出たときに終了する．終了時に 4 個以上の玉を取り出している確率は $\boxed{\text{セ}}$ である．ただし，取り出した玉は箱に戻さないものとする．

(3) この箱の中から 1 つずつ玉を取り出し，青玉が 3 個出たときに終了する．ちょうど玉を 5 個取り出したときに終了する確率は $\boxed{\text{ソ}}$ である．ただし，取り出した玉はそのたびに箱に戻すものとする．

(13 早稲田大 国際教養 3)

ス	セ	ソ
$\frac{5}{84}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{8}{81}$

解答は次のページにあります．

【チェック・チェック】

確率の基本を詰め込んだ問題のセットになっています.

(1) 確率の定義
(2) 条件つき確率
(3) 反復試行の確率

問題ごとの設定の違いを理解して問いてみましょう.

【解答】

(1) 9 個の玉はすべて区別する．このとき，3 個の玉を同時に取り出す取り出し方は

$$ {}_9\mathrm{C}_3 = \frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2} = 3\cdot 4\cdot 7 \text{ 通り} $$

あり，これらの起こり方は同様に確からしい.

このうち，全て同じ色であるのは，全てが青玉か，全てが白玉のいずれかであるから，求める確率は ⟵ 排反な事象

$$ \frac{{}_3\mathrm{C}_3 + {}_4\mathrm{C}_3}{3\cdot 4\cdot 7} = \frac{1+4}{3\cdot 4\cdot 7} = \boldsymbol{\frac{5}{84}} \quad \cdots\cdots(\text{答}) $$

⟵ 確率の定義

(2) 終了時に 4 個以上の玉を取り出しているのは，3 回目まで赤玉または白玉を取り出しているときである．取り出した玉は箱に戻さないから，求める確率は ⟵ 4 日目以降はどの目が出てもよい.

$$ \frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7} = \boldsymbol{\frac{5}{21}} \quad \cdots\cdots(\text{答}) $$

⟵ 条件つき確率

- 余事象を考える.

  1 回目に青玉を取り出す確率は $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

  2 回目に初めて青玉を取り出す確率は $\frac{6}{9}\times\frac{3}{8} = \frac{1}{4}$

  3 回目に初めて青玉を取り出す確率は $\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{3}{7} = \frac{5}{28}$

  よって，求める確率は

$$ 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{28}\right) = 1 - \frac{16}{21} = \frac{5}{21} $$

(3) 取り出した玉はそのたびに箱に戻すから，1 回の試行で青玉を取り出す確率は $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$，青でない玉 (赤玉または白玉) を取り出す確率は $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ である.

ちょうど玉を 5 個取り出したときに終了するのは，4 回目までに青玉を 2 回，かつ 5 回目に青玉を取り出すときであるから，その確率は

$$ {}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3} $$

⟵ 反復試行の確率

$$ = \frac{4\cdot 3}{2}\cdot\frac{2^2}{3^5} = \frac{2^3}{3^4} = \boldsymbol{\frac{8}{81}} \quad \cdots\cdots(\text{答}) $$