次の規則に従って座標平面を動く点 P がある．2 個のサイコロを同時に投げて出た目の積を X とする．

(i) X が 4 の倍数ならば，点 P は x 軸方向に -1 動く．
(ii) X を 4 で割った余りが 1 ならば，点 P は y 軸方向に -1 動く．
(iii) X を 4 で割った余りが 2 ならば，点 P は x 軸方向に $+1$ 動く．
(iv) X を 4 で割った余りが 3 ならば，点 P は y 軸方向に $+1$ 動く．

たとえば，2 と 5 が出た場合には $2 \times 5 = 10$ を 4 で割った余りが 2 であるから，点 P は x 軸方向に $+1$ 動く．

以下のいずれの問題でも，点 P は原点 (0, 0) を出発点とする．

(1) 2 個のサイコロを 1 回投げて，点 P が (1, 0) にある確率を求めよ．
(2) 2 個のサイコロを 1 回投げて，点 P が (0, 1) にある確率を求めよ．
(3) 2 個のサイコロを 3 回投げて，点 P が (2, 1) にある確率を求めよ．

(13 北海道大 文系 2)

【答】

(1) $\dfrac{1}{3}$

(2) $\dfrac{1}{9}$

(3) $\dfrac{1}{27}$

【チェック・チェック】

2 個のサイコロを投げて出る目の出方は $6 \times 6 = 36$ 通りです．これらの状況を言葉で表現するのは煩雑です．

表を利用しましょう．

これで一気に問題は解決します．

【解答】

2 個のサイコロの出た目を x，y とし，積 $X = xy$ を表にすると左のようになり，さらに，X を 4 で割った余りを表にすると右のようになる．

積 xy の表

$x \backslash y$	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

余りの表

$x \backslash y$	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	0	1	2
2	2	0	2	0	2	0
3	3	2	1	0	3	2
4	0	0	0	0	0	0
5	1	2	3	0	1	2
6	2	0	2	0	2	0

← 表の利用

余りの表より

(i) P が x 軸方向に -1 動く確率は $\dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12}$

(ii) P が y 軸方向に -1 動く確率は $\dfrac{5}{36}$

(iii) P が x 軸方向に $+1$ 動く確率は $\dfrac{12}{36} = \dfrac{1}{3}$

(iv) P が y 軸方向に $+1$ 動く確率は $\dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

← 移動の確率がすべて把握された

(1) 2 個のサイコロを 1 回投げて，点 P が (1, 0) にあるのは，(iii) が起こるときである．

求める確率は $\boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$ ……(答)

(2) 2 個のサイコロを 1 回投げて，点 P が (0, 1) にあるのは，(iv) が起こるときである．

求める確率は $\boldsymbol{\dfrac{1}{9}}$ ……(答)

(3) 2 個のサイコロを 3 回投げて，点 P が (2, 1) にあるのは，(iii) が 2 回，(iv) が 1 回起こるときである．

求める確率は ${}_3\mathrm{C}_2 \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 \cdot \dfrac{1}{9} = \boldsymbol{\dfrac{1}{27}}$ ……(答)

← 反復試行の確率