3つのサイコロを同時に投げるとき、出た目の最大値が 6 となる確率は $\boxed{\textbf{7}}$ であり、出た目の最大値と最小値の組が (6,1) となる確率は $\boxed{\textbf{3}}$ である. (13 南山大 情報理工 1(5))

ケ	П
$\frac{91}{216}$	$\frac{5}{36}$

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

「出た目の最大値が 6 である」ということは、「少なくとも 1 つは 6 の目が出る」ということです。 6 の目が出るサイコロの個数は

0個,1個,2個,3個

の4通りがあります. 余事象の確率を計算するほうがラクですね.

【解答】

3 つのサイコロを同時に投げるとき、出た目の最大値が 6 となる事象を A、出た目の最小値が 1 となる事象を B とする、

事象 A が起こるのは、3 個のうちの少なくとも 1 つの目が 6 となるときである.これは 3 個すべてが 1 から 5 までの目であるという事象の余事象である.確率 P(A) は

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216}$$
(答)

事象 A が起こるのは、6 の目が1つ出る、2つ出る、3つ出るのいずれかであり、これらは互いに排反である。

$$P(A) = {}_{3}C_{1}\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{2} + {}_{3}C_{2}\left(\frac{1}{6}\right)^{2} \cdot \frac{5}{6} + {}_{3}C_{3}\left(\frac{1}{6}\right)^{3}$$
$$= \frac{75 + 15 + 1}{6^{3}} = \frac{91}{216}$$

また、出た目の最大値と最小値の組が(6, 1)となる事象は $A \cap B$ であり、

$$P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A \cap B})$$

$$= 1 - P(\overline{A} \cup \overline{B})$$

$$= 1 - \left\{P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B})\right\}$$

$$= 1 - \left\{\left(\frac{5}{6}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 - \left(\frac{4}{6}\right)^3\right\}$$

$$= 1 - \frac{125 + 125 - 64}{6^3}$$

$$= 1 - \frac{186}{6^3} = \frac{5}{36} \qquad \dots (26)$$

• 事象 $A \cap B$ が起こるのは、 $1 \ge 6$ の目が1 つずつ出て $2 \sim 5$ の目の1 つが出る、1 の目が2 つ出て6 の目が1 つ出る、1 の目が1 つ出て6 の目が2 つ出るのいずれかであり、これらは互いに排反である。

$${}_{3}C_{1}\frac{1}{6} \cdot {}_{2}C_{1}\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} + {}_{3}C_{2}\left(\frac{1}{6}\right)^{2} \cdot \frac{1}{6} + {}_{3}C_{2}\left(\frac{1}{6}\right)^{2} \cdot \frac{1}{6}$$

$$= \frac{24 + 3 + 3}{6^{3}} = \frac{5}{36}$$

……(答) ← 余事象の利用

← 余事象の利用

← ド・モルガンの法則

← 加法定理

 $\longleftarrow \overline{A} \cap \overline{B}$ は 3 個すべて が $2 \sim 5$ の目が出る という事象