xy 座標平面上に点 A(0, 5) と点 B(8, 2) をとる．x 軸上に点 P を，A, B からの距離の和 AP + BP が最小になるようにとるとき，P の x 座標を求めなさい.

(13 日本大 医 1(3))

$$x = \frac{40}{7}$$

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

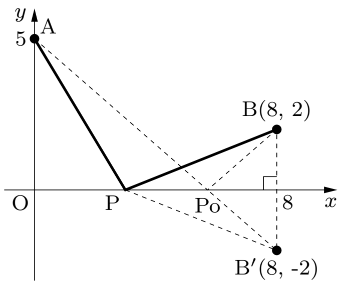
A，B とは P が動く直線 (本問では x 軸) に関して同じ側にあります．A，B の一方，たとえば B を P が動く直線に関して対称移動した点を B$'$ とすると，距離の和 AP＋BP は

$$\mathrm{AP}+\mathrm{BP}=\mathrm{AP}+\mathrm{B'P}\geqq \mathrm{AB'}$$

です．A と B$'$ は P が動く直線に関して反対側にあるので，AP＋BP を最小にする P は線分 AB$'$ 上にあります．

【解答】

A(0, 5) と B(8, 2) は x 軸に関して同じ側にある．点 B を x 軸に関して対称移動した点 (8, -2) を B$'$ とし，線分 AB$'$ と x 軸との交点を $\mathrm{P_0}$ とする．



⟵ 寄り道すると遠くなる．

$$\begin{aligned}\mathrm{AP}+\mathrm{PB}&=\mathrm{AP}+\mathrm{PB'}\\&\geqq \mathrm{AP_0}+\mathrm{P_0B'}\\&=\mathrm{AB'}\end{aligned}$$

であり，AP＋BP を最小にする P は $\mathrm{P_0}$ である．

直線 AB$'$ の方程式は

$$y=-\frac{7}{8}x+5$$

であるから，$\mathrm{P_0}$ の x 座標は

$$0=-\frac{7}{8}x+5 \qquad \therefore\quad \boldsymbol{x=\frac{40}{7}}$$ ……(答)