

a は実数とする. xy 平面上の円 $x^2 - 2ax + y^2 - 4y + a^2 - 1 = 0$ があり, 直線 $3x + ay = 0$ と交わり, その交点の間の距離が 2 である. このときの a の値を求めよ.

(13 奈良県医大 医 8)

$$a = \pm \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

解答は次のページにあります.

【チェック・チェック】

円と直線との位置関係は

中心と直線との距離と半径との大小関係

に着目しましょう。

【解答】

$$x^2 - 2ax + y^2 - 4y + a^2 - 1 = 0$$

$$(x - a)^2 + (y - 2)^2 = 5$$

中心の座標は $(a, 2)$ ，半径は $\sqrt{5}$ である。

この円が直線 $3x + ay = 0$ と交わり，交点間の距離が 2 である条件は，円の中心と直線との距離に着目すると

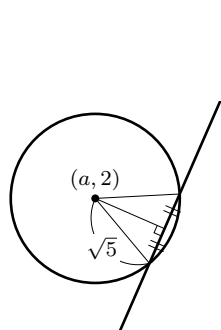
$$\frac{|3 \cdot a + a \cdot 2|}{\sqrt{3^2 + a^2}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1^2}$$

である。分母を払って平方すると

$$|5a|^2 = 4(9 + a^2)$$

$$21a^2 = 36$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{\frac{12}{7}} = \pm \frac{2\sqrt{21}}{7} \quad (\text{複号同順}) \quad \dots\dots (\text{答})$$



← チェクリピ 98

← 点と直線との距離の公式