

座標空間内に4点 $A(-1, 2, 1)$, $B(-1, -1, 4)$, $C(1, -1, 1)$, $D(x, y, z)$ がある。これら4点が同一平面上にあり、かつこれらを頂点とする四角形がひし形であるのは、 $(x, y, z) = \square$ のときである。

(13 立教大 経済・観光・福祉 1(8))

$(-3, 2, 4)$

解答は次のページにあります。

【チェック・チェック】

3 定点 A, B, C に対して, 4 点 A, B, C, D が平行四辺形となる点 D のとり方は 3 通りありますが, ひし形という条件がついているので, D は 1 通りに決まります.

まずは, 3 点 A, B, C の位置関係を調べましょう. ひし形は 4 辺の長さが等しい平行四辺形ですから, 辺の長さを調べましょう.

【解答】

$$\vec{AB} = (0, -3, 3), \vec{AC} = (2, -3, 0), \vec{BC} = (2, 0, -3) \text{ より}$$

$$|\vec{AB}| = 3\sqrt{2},$$

$$|\vec{AC}| = |\vec{BC}| = \sqrt{13}$$

である.

4 点 A, B, C, D が同一平面上にあり, かつこれらを頂点とする四角形がひし形であるのは

$$|\vec{AC}| = |\vec{BC}|$$

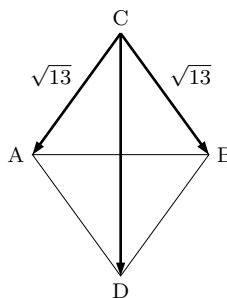
より

$$\vec{CD} = \vec{CA} + \vec{CB}$$

のときである.

よって, 点 D の座標 (x, y, z) は

$$\begin{aligned} (x, y, z) &= \vec{OD} \\ &= \vec{OC} + \vec{CA} + \vec{CB} \\ &= \vec{OC} - \vec{AC} - \vec{BC} \\ &= (1, -1, 1) - (2, -3, 0) - (2, 0, -3) \\ &= (-3, 2, 4) \end{aligned} \quad \dots\dots (\text{答})$$



← 線分 AC, BC がひし形の 2 辺となる.

← ベクトルの和の定義より, \vec{CD} は平行四辺形 CADB(本問ではひし形)の対角線を表すベクトルである.