ベクトル $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ を $\overrightarrow{a}=(1,\ 3)$, $\overrightarrow{b}=(3,\ 4)$, $\overrightarrow{c}=(1,\ 1)$ とする．$\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ の内積は $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=$ $\boxed{\text{ナ}}$ であり，$\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ のなす角を θ とすると，$\cos\theta=$ $\boxed{\text{ニ}}$ である．また，t を実数として $\overrightarrow{v}=\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$ とおくとき，$\overrightarrow{v}$ と $\overrightarrow{c}$ が垂直ならば $t=$ $\boxed{\text{ヌ}}$ であり，平行ならば $t=$ $\boxed{\text{ネ}}$ である．

(13 神奈川工科大 工・創造工・情報 2(2))

ナ	ニ	ヌ	ネ
15	$\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$	$-\dfrac{4}{7}$	-2

解答は次のページにあります．

【チェック・チェック】

成分表示されたベクトルの内積および垂直条件と平行条件の確認問題です.

【解答】

$\overrightarrow{a}=(1,\ 3)$, $\overrightarrow{b}=(3,\ 4)$ であるから

$$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=(1,\ 3)\cdot(3,\ 4)=1\times3+3\times4=\underset{ナ}{\boxed{\mathbf{15}}}\quad\cdots\cdots(答)$$

← 内積の成分計算

であり,

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|}=\frac{15}{\sqrt{1+9}\sqrt{9+16}}=\underset{ニ}{\boxed{\frac{\mathbf{3\sqrt{10}}}{\mathbf{10}}}}\quad\cdots\cdots(答)$$

である.

また, $\overrightarrow{c}=(1,\ 1)$ であるから

$$\overrightarrow{v}\perp\overrightarrow{c}\iff(\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{c}=0$$

← 垂直 $\iff$ (内積) $=0$

$$\iff\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}+t\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}=0$$

$$\iff(1+3)+t(3+4)=0$$

$$\therefore\quad t=\underset{ヌ}{\boxed{-\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{7}}}}\quad\cdots\cdots(答)$$

$$\overrightarrow{v}\ /\!/\ \overrightarrow{c}$$

$$\iff\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}=k\overrightarrow{c}\quad\cdots\cdots①\text{ を満たす実数 }k\text{ が存在する.}$$

← 平行の定義
チェクリピ (360)

①を変形すると

$$k\overrightarrow{c}-t\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\iff\begin{cases}k-3t=1\\k-4t=3\end{cases}$$

$$\therefore\quad t=\underset{ネ}{\boxed{\mathbf{-2}}},\ k=-5\quad\cdots\cdots(答)$$

- $\overrightarrow{v}=\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}=(1+3t,\ 3+4t)$, $\overrightarrow{c}=(1,\ 1)$ であるから

$$\overrightarrow{v}\ /\!/\ \overrightarrow{c}\iff(1+3t):(3+4t)=1:1$$

← 平行条件を比で表す.

$$\iff1+3t=3+4t$$

$$\therefore\quad t=-2$$

- $\overrightarrow{x}=(a,\ b)\neq\overrightarrow{0}$, $\overrightarrow{y}=(c,\ d)\neq\overrightarrow{0}$ のとき

$$\overrightarrow{x}\ /\!/\ \overrightarrow{y}\iff ad-bc=0$$

← 平行条件

であるから, $\overrightarrow{v}=(1+3t,\ 3+4t)$, $\overrightarrow{c}=(1,\ 1)$ に対して

$$\overrightarrow{v}\ /\!/\ \overrightarrow{c}\iff(1+3t)\times1-1\times(3+4t)=0$$

$$\therefore\quad t=-2$$