3 個のさいころを同時に投げるとき，以下の確率を求めなさい.

(i) 出る目の最大値が 4 以下である確率は $\boxed{\text{(カ)}}$ である.

(ii) 出る目の最大値が 4 である確率は $\boxed{\text{(キ)}}$ である

(iii) 出る目の最大値が 4 であるとき，少なくとも 1 個のさいころの目が 1 である確率は $\boxed{\text{(ク)}}$ である.

(16 慶應大 看護医療 1(4))

【答】

(カ)	(キ)	(ク)
$\dfrac{8}{27}$	$\dfrac{37}{216}$	$\dfrac{18}{37}$

【解答】

3 個のさいころをすべて区別する．3 個のさいころを同時に投げるとき，目の出方は 6^3 通りあり，これらは同様に確からしい.

(i) 出る目の最大値が 4 以下であることは，3 個とも 4 以下の目が出ることである．3 個とも 4 以下の目が出るという事象を A とすると，求める確率は

$$P(A) = \frac{4^3}{6^3} = \mathbf{\frac{8}{27}}$$ ……(答)

(ii) 最大値が 4 であることは，すべての目が 4 以下で，少なくとも 1 個 4 の目が出るということである．少なくとも 1 個 4 の目が出るという事象を B とすると，求める確率は

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) - P(A \cap \overline{B}) \\ &= \frac{4^3}{6^3} - \frac{3^3}{6^3} = \frac{64-27}{6^3} = \mathbf{\frac{37}{216}} \end{aligned}$$ ……(答)

(iii) M：出る目の最大値が 4 であるという事象
C：少なくとも 1 個 1 の目が出るという事象

とすると，求める確率は

$$P_M(C) = \frac{P(M \cap C)}{P(M)}$$

である．(ii) より，$P(M) = P(A \cap B) = \dfrac{37}{6^3}$ である.

$M \cap C$，すなわち出る目の最大値が 4 で，少なくとも 1 個 1 の目が出るのは，3 個の目が

$$\{1,\ x,\ 4\} \quad (x = 1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

のときである．出る目の順序も考えると，条件を満たす目の出方は

$$3 + 3! + 3! + 3 = 18 \text{ 通り}$$

である．よって，求める確率は

$$P_A(B) = \frac{\frac{18}{6^3}}{\frac{37}{6^3}} = \mathbf{\frac{18}{37}}$$ ……(答)

- $M \cap C$ はすべての目が 1 以上 4 以下であり，少なくとも 1 個 4 の目が出て，少なくとも 1 個 1 の目が出ることである．これを満たす目の出方は

$$\begin{aligned}
n(M \cap C) &= n(A \cap B \cap C) \\
&= n(A) - n(A \cap \overline{(B \cap C)}) \\
&= n(A) - n(A \cap (\overline{B} \cup \overline{C})) \\
&= n(A) - n((A \cap \overline{B}) \cup (A \cap \overline{C})) \\
&= n(A) - \{n(A \cap \overline{B}) + n(A \cap \overline{C}) - n(A \cap \overline{B} \cap \overline{C})\} \\
&= 4^3 - (3^3 + 3^3 - 2^3) \\
&= 64 - 46 \\
&= 18 \text{ 通り}
\end{aligned}$$

  である．