$x=\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ とおく．$x=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ を満たす自然数 $a,\ b\ (a>b)$ は，$a=$ ア ，$b=$ イ である．また，$x+\dfrac{1}{x}$ を簡単にすると，$x+\dfrac{1}{x}=$ ウ である．

(17 関西学院大 理工・総合政策・教育 1(1))

【答】

ア	イ	ウ
4	3	4

【解答】

まず 2 重根号を外す．

$$\begin{aligned} x&=\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\sqrt{(4+3)+2\sqrt{4\cdot 3}}\\ &=\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2}\\ &=\sqrt{\boxed{\mathbf{4}}}+\sqrt{\boxed{\mathbf{3}}} \qquad \cdots\cdots \text{(ア，イの答)}\\ &=2+\sqrt{3} \end{aligned}$$

これより

$$\begin{aligned} x+\frac{1}{x}&=(2+\sqrt{3})+\frac{1}{2+\sqrt{3}}\\ &=(2+\sqrt{3})+\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}\\ &=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})\\ &=\boxed{\mathbf{4}} \qquad \cdots\cdots \text{(ウの答)} \end{aligned}$$