$x$ の 2 次方程式

$$2x^2 - kx + k - 1 = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

がある．ただし，$k$ は定数とする．

(i) 方程式 ① が異なる 2 つの実数解を持つとき，$k$ の値の範囲を求めよ．

(ii) 方程式 ① が $x > \dfrac{3}{2}$ の範囲に異なる 2 つの実数解を持つとき，$k$ の値の範囲を求めよ．

(17 北海道医療大 歯・薬 1(4))

---

【答】

(i) $k < 4 - 2\sqrt{2}$ または $4 + 2\sqrt{2} < k$

(ii) $4 + 2\sqrt{2} < k < 7$

---

【解答】

$$2x^2 - kx + k - 1 = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

(i) ①が異なる 2 つの実数解をもつから，判別式を $D$ とおくと，$D > 0$ である．

$$D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (k - 1) = k^2 - 8k + 8$$

より，求める条件は

$$\boldsymbol{k < 4 - 2\sqrt{2}} \text{ または } \boldsymbol{4 + 2\sqrt{2} < k} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

(ii) $f(x) = 2x^2 - kx + k - 1$ とおくと

$$f(x) = 2\left(x - \frac{k}{4}\right)^2 - \frac{k^2}{8} + k - 1$$

①が $x > \dfrac{3}{2}$ の範囲で異なる 2 つの実数解をもつ条件は

$$(*) \begin{cases} \text{頂点の } y \text{ 座標}: f\left(\dfrac{k}{4}\right) < 0 \ (\iff D > 0) \\ \text{軸の位置}: \dfrac{k}{4} > \dfrac{3}{2} \\ \text{端点の符号}: f\left(\dfrac{3}{2}\right) > 0 \end{cases}$$

である．$f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{9}{2} - \dfrac{3}{2}k + k - 1 = \dfrac{7}{2} - \dfrac{k}{2}$ より

$$(*) \iff \begin{cases} k < 4 - 2\sqrt{2} \text{ または } 4 + 2\sqrt{2} < k \\ k > 6 \\ k < 7 \end{cases}$$

$4 + 2\sqrt{2} = 4 + 2.824\cdots = 6.824\cdots$ であるから，求める $k$ の値の範囲は

$$\boldsymbol{4 + 2\sqrt{2} < k < 7} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$