a は実数の定数とする．s の 2 次方程式

$$s^2-2as+3a+10=0$$

が実数解をもつような a の値の範囲は，$a \leqq \boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}} \leqq a$ である．

実数 t に対して，$T=t^2+4t+6$ の取り得る値の範囲は $T \geqq \boxed{\text{ウ}}$ であり，x の 4 次方程式

$$(x^2+4x+6)^2-2a(x^2+4x+6)+3a+10=0$$

の解がすべて実数であるような a の値の範囲は，$\boxed{\text{エ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{オ}}$ である．

(17 千葉工大)

【答】

ア	イ	ウ	エ	オ
-2	5	2	5	14

【解答】

$f(s)=s^2-2as+3a+10$ とおく．$f(s)=0$ が実数解を持つ条件は，(判別式) $\geqq 0$ であるから

$$a^2-3a-10 \geqq 0$$
$$(a+2)(a-5) \geqq 0$$
$$a \leqq \boxed{\mathbf{-2}} \text{ または } \boxed{\mathbf{5}} \leqq a \qquad \cdots\cdots \text{(ア，イの答)}$$

また，t が実数のとき

$$T=t^2+4t+6=(t+2)^2+2 \qquad \cdots\cdots ②$$

より，T のとりうる値の範囲は

$$T \geqq \boxed{\mathbf{2}} \qquad \cdots\cdots \text{(ウの答)}$$

である．

$T \geqq 2$ ならば，② を満たす $t\ (=-2 \pm \sqrt{T-2})$ はどちらも実数となる．したがって，4 次方程式 $f(x^2+4x+6)=0$ の解がすべて実数である条件は，$f(s)=0$ の 2 解がともに $s \geqq 2$ を満たす実数となることである．

$$f(s)=(s-a)^2-a^2+3a+10$$

であるから

$$\begin{cases} (\text{頂点の } y \text{ 座標}) \leqq 0 \ (\iff (\text{判別式}) \geqq 0) \\ \text{軸の位置}: a \geqq 2 \\ \text{端点の符号}: f(2) \geqq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leqq -2 \text{ または } 5 \leqq a \\ a \geqq 2 \\ 14-a \geqq 0 \end{cases}$$

$$\therefore \quad \boxed{\mathbf{5}} \leqq a \leqq \boxed{\mathbf{14}} \qquad \cdots\cdots \text{(エ，オの答)}$$