

不等式  $\frac{x-3}{2x-1} \leq \frac{2x-3}{x-3}$  を解け.

この問題については、答えだけでなく、答えを導く過程も書くこと.

(17 学習院大 法 2)

【答】  $x \leq \frac{1-\sqrt{19}}{3}$  または  $\frac{1}{2} < x \leq \frac{1+\sqrt{19}}{3}$  または  $3 < x$

【解答】

$$\frac{x-3}{2x-1} \leq \frac{2x-3}{x-3} \text{ より}$$

$$\frac{(2x-1)(2x-3) - (x-3)^2}{(2x-1)(x-3)} \geq 0$$

$$\frac{3x^2 - 2x - 6}{(2x-1)(x-3)} \geq 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \iff \begin{cases} (2x-1)(x-3) \left(x - \frac{1-\sqrt{19}}{3}\right) \left(x - \frac{1+\sqrt{19}}{3}\right) \geq 0 \\ (2x-1)(x-3) \neq 0 \end{cases}$$

である.  $\frac{1-\sqrt{19}}{3} < \frac{1}{2} < \frac{1+\sqrt{19}}{3} < 3$  であるから, 求める解は

$$x \leq \frac{1-\sqrt{19}}{3} \text{ または } \frac{1}{2} < x \leq \frac{1+\sqrt{19}}{3} \text{ または } 3 < x \quad \dots\dots(\text{答})$$