$|x| \leqq 3$ を満たす，すべての実数 x に対して $-ax^2-2ax+6-a>0$ となる定数 a の範囲は $\boxed{\text{コ}}$ である．

(17 立教大 経済・観光・福祉 1-8)

【答】

コ
$a<\dfrac{3}{8}$

【解答】

$f(x)=-ax^2-2ax+6-a=-a(x+1)^2+6$ とおき，$-3 \leqq x \leqq 3$ における $f(x)$ の最小値を m とすると，求める条件は

$$m>0 \cdots\cdots (*)$$

である．

(i) $a=0$ のとき，$f(x)=6>0$ であるから，$(*)$ を満たす．

$a \neq 0$ のとき $f(x)$ は 2 次関数であり，軸の方程式が $x=-1$ であることに注意すると

(ii) $-a<0$ $(a>0)$ のとき

$m=f(3)=-16a+6$ であり

$$(*) \iff -16a+6>0 \qquad \therefore \quad 0<a<\frac{3}{8}$$

(iii) $-a>0$ $(a<0)$ のとき

$m=f(-1)=6>0$ であるから，$(*)$ を満たす．

以上 (i)，(ii)，(iii) より，求める a の範囲は

$$\boldsymbol{a<\frac{3}{8}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．