

$c = \frac{1}{1+4i} + \frac{1}{2+3i} + \frac{1}{3+2i} + \frac{1}{4+i}$ であるとき、 $|c - \bar{c}|$ はいくらか。ここで、 i は虚数単位である。

(17 防衛医大 択一 6)

【答】 $\frac{300}{221}$

【解答】

c の分母を実数化する。

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{1+4i} + \frac{1}{2+3i} + \frac{1}{3+2i} + \frac{1}{4+i} \\ &= \frac{1-4i}{1^2+4^2} + \frac{2-3i}{2^2+3^2} + \frac{3-2i}{3^2+2^2} + \frac{4-i}{4^2+1^2} \\ &= \frac{5-5i}{17} + \frac{5-5i}{13} \\ &= \frac{30(5-5i)}{17 \cdot 13} \\ &= \frac{150}{221}(1-i) \end{aligned}$$

であり

$$c - \bar{c} = \frac{150}{17 \cdot 13}(1-i) - \frac{150}{17 \cdot 13}(1+i) = -\frac{300}{221}i$$

よって

$$|c - \bar{c}| = \frac{300}{221} \quad \dots\dots(\text{答})$$