

数列 $\{a_n\}$ が、 $a_1 = 1, 2a_{n+1} = a_n + 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) をみたすとき、この数列の一般項を求めよ。

(17 岩手大 教育・農・人文 1(3))

【答】 $a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$

【解答】

$$2a_{n+1} = a_n + 2$$

を変形する。

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\alpha + 1 \quad \text{より} \quad \alpha = 2$$

差をとることにより、上の式は

$$a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$$

と変形される。数列 $\{a_n - 2\}$ は初項が $a_1 - 2 = 1 - 2 = -1$ で公比が $\frac{1}{2}$ の等比数列であるから

$$a_n - 2 = -1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}} \quad \dots\dots(\text{答})$$