

袋の中に赤玉 4 個と白玉 6 個が入っている。A が玉を 2 個取り出し、取り出した玉の色を確認して、もし 2 個とも赤玉なら赤玉 1 個を、それ以外の場合は白玉 1 個を袋に戻し、次に B がその袋から玉を 2 個取り出す。次の問いに答えよ。

- (1) A が白玉 2 個を取り出し、かつ B が赤玉 2 個を取り出す確率を求めよ。
- (2) B が赤玉 2 個を取り出す確率を求めよ。
- (3) B が取り出した玉が赤玉 2 個であったとき、A が取り出した玉が白玉 2 個である条件付き確率を求めよ。

(17 琉球大 理・工・医・教育 4)

【答】

- (1) $\frac{1}{18}$
- (2) $\frac{1}{9}$
- (3) $\frac{1}{2}$

【解答】

- (1) すべての玉を区別して考える。

A の玉の取り出し方は ${}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$ (通り) で、白玉 2 個の取り出し方は ${}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$ (通り) であるから、A が白玉 2 個を取り出す確率は

$$\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

次に、B が玉を取り出すとき、袋の中は赤玉 4 個、白玉 5 個であり、B の玉の取り出し方は ${}_9C_2 = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 36$ (通り) で、赤玉 2 個の取り出し方は ${}_4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$ (通り) である。

よって、B が赤玉 2 個を取り出す確率は

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

よって、求める確率は

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18} \quad \dots\dots(\text{答})$$

- (2) A の取り出した 2 個の玉の色によって分けて考える。すなわち

- (i) A が白玉 2 個を取り出したとき
- (ii) A が赤玉 1 個、白玉 1 個を取り出したとき
- (iii) A が赤玉 2 個を取り出したとき

の 3 通りを考える。

- (i) (1) で計算済みであり $\frac{1}{18}$

- (ii) A が玉を取り出した後、袋の中は赤玉 3 個、白玉 6 個が入っているから

$$\frac{{}_4C_1 \cdot {}_6C_1}{45} \times \frac{{}_3C_2}{36} = \frac{4 \cdot 6}{45} \times \frac{3}{36} = \frac{2}{45}$$

(iii) A が玉を取り出した後、袋の中には赤玉 3 個、白玉 6 個入っているから

$$\frac{{}_4C_2}{{}_4C_2} \times \frac{{}_3C_2}{{}_3C_2} = \frac{4 \cdot 3}{2} \times \frac{3}{36} = \frac{1}{90}$$

(i), (ii), (iii) は排反であるから、求める確率は

$$\frac{1}{18} + \frac{2}{45} + \frac{1}{90} = \frac{5+4+1}{90} = \frac{1}{9} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(3) B が赤玉 2 個を取り出す事象を R , A が白玉 2 個を取り出す事象を W とおくと、求める確率は

$$\begin{aligned} P_R(W) &= \frac{P(R \cap W)}{P(R)} = \frac{P(W \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{9}} \quad (\because (1), (2)) \\ &= \frac{1}{2} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$