

x, y を整数とすると、次の式を満たす整数 a, b を x, y を用いて表せ.

$$\frac{4^x \times 6^{x+y} \times 12^{x-y}}{16^x \times 9^{2x-3y}} = 2^a \times 3^b$$

(17 愛媛大 工・教育・農 1(2))

【答】 $a = x - y, \quad b = -2x + 6y$

【解答】

左辺を変形すると

$$\begin{aligned} \frac{4^x \times 6^{x+y} \times 12^{x-y}}{16^x \times 9^{2x-3y}} &= \frac{2^{2x} \times (2^{x+y} \cdot 3^{x+y}) \times (2^{2(x-y)} \cdot 3^{x-y})}{2^{4x} \times 3^{2(2x-3y)}} \\ &= \frac{2^{2x+(x+y)+2(x-y)} \times 3^{(x+y)+(x-y)}}{2^{4x} \times 3^{4x-6y}} \\ &= \frac{2^{5x-y} \times 3^{2x}}{2^{4x} \times 3^{4x-6y}} \\ &= 2^{(5x-y)-4x} \times 3^{2x-(4x-6y)} \\ &= 2^{x-y} \times 3^{-2x+6y} \end{aligned}$$

であるから

$$\frac{4^x \times 6^{x+y} \times 12^{x-y}}{16^x \times 9^{2x-3y}} = 2^a \times 3^b$$

を満たす整数 a, b は

$$a = x - y, \quad b = -2x + 6y \quad \dots\dots(\text{答})$$