

$x, y$  が 3 つの不等式  $y \geq x, y \leq 2x, x + y \leq 2$  を満たすとき、 $2x + y$  の最大値を求めよ。

(17 山梨大 教育人間科学・生命環境 1(1))

【答】 3

【解答】

$$y \geq x, y \leq 2x, x + y \leq 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$2x + y = k \cdots \cdots \textcircled{2}$  とおくと、 $\textcircled{1}$  を満たすときの  $k$  の最大値とは、「 $\textcircled{1}$ かつ $\textcircled{2}$ 」をみたす  $x, y$  が存在するような  $k$  の最大値のことであり、「 $\textcircled{1}$ かつ $\textcircled{2}$ 」をみたす実数の組  $(x, y)$  は、領域 $\textcircled{1}$ かつ直線 $\textcircled{2}$ 上の点であるとみることができるから、 $k$  の最大値とは領域 $\textcircled{1}$ と直線 $\textcircled{2}$ が共有点をもつような  $k$  の最大値のことである。

領域 $\textcircled{1}$ を図示すると右図となる。 $k$  は傾きが  $-2$  の直線の  $y$  切片であるから、点  $(1, 1)$  を通るとき  $k$  は最大となる。求める最大値は

$$2 \cdot 1 + 1 = 3$$

……(答)

- $2k + y$  の最大値の解釈についてかなりくどく書きました。答案としては

「領域 $\textcircled{1}$ と直線 $\textcircled{2}$ が共有点をもつような  $k$  の最大値を求める。……」

で十分です。「2変数関数の最大最小問題」と「領域との共有点が存在すること」のつながりを確認しておいてください。

