座標平面上で,不等式

$$|x| + |y| + |x + y| \le 2$$

の表す領域を図示せよ.

(17 東京医大 5)

【答】 略

【解答】

$$|x| + |y| + |x + y| \le 2$$
 ①

①は (x, y) に (y, x), (-y, -x) を代入しても同じであるから、①の表す領域は直線 y=x, y=-x に関して対称である.

 $y \ge x$ かつ $y \ge -x$ のときの領域を図示して、直線 y = x、 y = -x に関して対称移動することにより、求める領域は得られる.

 $y \ge -x$ のとき, $x+y \ge 0$ であるから

①
$$\iff$$
 $|x| + |y| + (x + y) \leq 2$ \cdots ②

さらに, $y \ge x$ でもあるから

(i) $x \ge 0$ のとき

 $y \ge x \ge 0$ でもあり

$$\textcircled{2} \iff x+y+(x+y) \leqq 2$$

$$y \le -x+1$$

(ii) $x \leq 0$ のとき

$$y \geqq -x \geqq 0$$
 でもあり

$$\therefore y \leq 1$$

 $y \ge x$ かつ $y \ge -x$ のもとで,(i) または (ii) を図示すると左図となるから,求める領域は右図の斜線部分となる.境界も含む.



