n を 5 以上の自然数とし，n 進法で M と表された数を $M_{(n)}$ と表す．このとき，$\sum_{n=5}^{10} 104_{(n)}$ は 10 進法で $\boxed{\text{ケコサ}}$ と表すことができる．また，$\sum_{n=5}^{10} \dfrac{1_{(n)}}{401_{(n)} - 104_{(n)}}$ は 10 進法で $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ と表すことができる．

(18 東邦大 医 5)

【答】

ケコサ	シス	セソタ
379	19	440

【解答】

$n \geqq 5$ において，n 進法で表された数 $104_{(n)}$ は

$$104_{(n)} = 1 \cdot n^2 + 0 \cdot n + 4 = n^2 + 4$$

であるから

$$\begin{aligned}\sum_{n=5}^{10} 104_{(n)} &= \sum_{n=5}^{10} (n^2 + 4) \\ &= (25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100) + 4 \cdot 6 \\ &= 355 + 24 \\ &= \mathbf{379}\end{aligned}$$

……(答)

- 次のように計算してもよい．

$$\begin{aligned}\sum_{n=5}^{10} (n^2 + 4) &= \sum_{n=1}^{10} n^2 - \sum_{n=1}^{4} n^2 + 4 \cdot 6 \\ &= \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} - \frac{4 \cdot 5 \cdot 9}{6} + 24 \\ &= 385 - 30 + 24 \\ &= 379\end{aligned}$$

また

$$401_{(n)} - 104_{(n)} = (4n^2 + 1) - (n^2 + 4) = 3(n^2 - 1) = 3(n-1)(n+1)$$

より

$$\begin{aligned}\sum_{n=5}^{10} \frac{1_{(n)}}{401_{(n)} - 104_{(n)}} &= \frac{1}{3} \sum_{n=5}^{10} \frac{1}{(n-1)(n+1)} \\ &= \frac{1}{3} \sum_{n=5}^{10} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{1}{6} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right) \\ &= \mathbf{\frac{19}{440}}\end{aligned}$$

……(答)