次の $\boxed{}$ にあてはまる数値を答えよ．

x の 3 次関数 $f(x)=-x^3+2x^2+4x$ について，次のことがいえる．

(1) 方程式 $f(x)=0$ の解は，$x=0$ と

$$x=\boxed{\text{ア}}-\sqrt{\boxed{\text{イ}}},\ x=\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である．

(2) $f(x)$ は，

$$x=\boxed{\text{オ}}\ \text{のとき極大で，極大値}\ \boxed{\text{カ}}$$

$$x=-\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\ \text{のとき極小で，極小値}\ -\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$$

をとる．

(3) $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である．

(4) $\left|f\left(-\frac{1}{2}\right)\right|-f\left(-\frac{1}{2}\right)=\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である．

(5) $\displaystyle\int_{-1}^{3}\{|f(x)|-f(x)\}\,dx=\frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である．

(18 神戸学院大・栄養・薬・その他 4)

【答】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケコ	サシ	ス	セ	ソタ	チ	ツテ
1	5	1	5	2	8	2	3	40	27	4	3	11	4	13

ト
6

【解答】

$$f(x)=-x^3+2x^2+4x=-x(x^2-2x-4)$$

(1) 方程式 $f(x)=0$ の解は，$x=0$ と

$$x=\boxed{\mathbf{1}}-\sqrt{\boxed{\mathbf{5}}},\ x=\boxed{\mathbf{1}}+\sqrt{\boxed{\mathbf{5}}}\qquad\cdots\cdots\ (\text{ア〜エの答})$$

である．

(2) $$f'(x)=-3x^2+4x+4=-(3x+2)(x-2)$$

x	$\cdots$	$-\frac{2}{3}$	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

$f(x)$ は

$$x = \boxed{\mathbf{2}} \text{ のとき極大で，極大値 } \boxed{\mathbf{8}} \qquad \cdots\cdots \text{(オ，カの答)}$$

$$x = -\frac{\boxed{\mathbf{2}}}{\boxed{\mathbf{3}}} \text{ のとき極小で，極小値 } -\frac{\boxed{\mathbf{40}}}{\boxed{\mathbf{27}}} \qquad \cdots\cdots \text{(キ～シの答)}$$

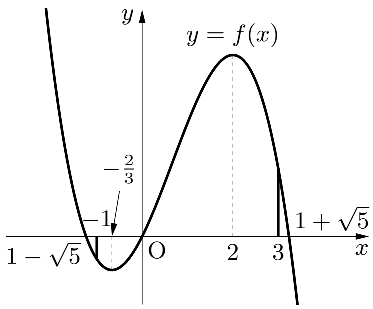
をとる．

(3) $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{1} 2x^2\,dx = 4\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{\boxed{\mathbf{4}}}{\boxed{\mathbf{3}}}$ である．　……(ス，セの答)

(4) $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{2} - 2 = -\dfrac{11}{8}$ より

$$\left|f\left(-\frac{1}{2}\right)\right| - f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left|-\frac{11}{8}\right| - \left(-\frac{11}{8}\right) = \frac{\boxed{\mathbf{11}}}{\boxed{\mathbf{4}}} \qquad \cdots\cdots \text{(ソ～チの答)}$$

(5) $y = f(x)$ のグラフは右図となる．$-1 \leqq x \leqq 3$ の範囲での $f(x)$ の符号は $x = 0$ で変化するから



$$\int_{-1}^{3} \{|f(x)| - f(x)\}\,dx$$

$$= \int_{-1}^{0} \{-f(x) - f(x)\}\,dx + \int_{0}^{3} \{f(x) - f(x)\}\,dx$$

$$= -2\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$$

$$= -2\left[-\frac{x^4}{4} + 2\cdot\frac{x^3}{3} + 2x^2\right]_{-1}^{0}$$

$$= \frac{\boxed{\mathbf{13}}}{\boxed{\mathbf{6}}} \qquad \cdots\cdots \text{(ツ～トの答)}$$

である．