

下の表は、10人の生徒に10点満点の2種類のテストA, Bを行った結果である。次の値を求めよ。ただし、得られた値が無限小数の場合は、小数第2位を四捨五入せよ。

生徒の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
テストAの得点	2	9	4	7	1	5	8	3	6	5
テストBの得点	1	5	3	8	2	6	7	4	5	9

- (1) テストAの得点の平均値
- (2) テストBの得点の分散
- (3) テストAとテストBの得点の共分散
- (4) テストAとテストBの得点の相関係数

(18 富山県大 工 2)

【答】

- (1) 5
- (2) 6
- (3) 4
- (4) 0.7

【解答】

- (1) テストAの得点の平均値 \bar{x} は

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(2 + 9 + 4 + 7 + 1 + 5 + 8 + 3 + 6 + 5) = \frac{50}{10} = 5 \text{ (点)} \quad \dots\dots(\text{答})$$

- (2) テストBの得点の平均値 \bar{y} は

$$\bar{y} = \frac{1}{10}(1 + 5 + 3 + 8 + 2 + 6 + 7 + 4 + 5 + 9) = \frac{50}{10} = 5 \text{ (点)}$$

である。テストBの得点の分散 s_y^2 は、平均値からの偏差の2乗の平均であるから

$$\begin{aligned} s_y^2 &= \frac{1}{10}\{(1-5)^2 + (5-5)^2 + (3-5)^2 + (8-5)^2 + (2-5)^2 \\ &\quad + (6-5)^2 + (7-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (9-5)^2\} \\ &= \frac{16+0+4+9+9+1+4+1+0+16}{10} \\ &= \frac{60}{10} \\ &= 6 \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

- (3) テストA, Bの点数をそれぞれ x, y とし、(1), (2)の結果も合わせて平均値からの偏差、(偏差)², (x の偏差)(y の偏差)を表にすると以下ようになる。

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合計
x	2	9	4	7	1	5	8	3	6	5	50
y	1	5	3	8	2	6	7	4	5	9	50
$x - \bar{x}$	-3	4	-1	2	-4	0	3	-2	1	0	0
$y - \bar{y}$	-4	0	-2	3	-3	1	2	-1	0	4	0
$(x - \bar{x})^2$	9	16	1	4	16	0	9	4	1	0	60
$(y - \bar{y})^2$	16	0	4	9	9	1	4	1	0	16	60
$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	12	0	2	6	12	0	6	2	0	0	40

テスト A, B の得点の共分散 s_{xy} は, 偏差の積 $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$ の平均であるから

$$s_{xy} = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y}) = \frac{40}{10} = 4 \quad \dots\dots(\text{答})$$

(4) (3) の表より, テスト A の得点の標準偏差 s_x は

$$s_x^2 = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} (x_k - \bar{x})^2 = \frac{60}{10} = 6$$

$$\therefore s_x = \sqrt{6}$$

テスト B の得点の標準偏差 s_y も同じく

$$s_y = \sqrt{6}$$

である. よって, テスト A とテスト B の得点の相関係数 r は

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{4}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.666\dots$$

小数第 2 位で四捨五入すると

$$r = \mathbf{0.7} \quad \dots\dots(\text{答})$$