

後期：経済学部

[1]

xy 平面において、 x, y がともに整数であるとき、点 (x, y) を格子点とよぶ。 m を 1 以上の整数とするとき、放物線 $y = x^2 - 2mx + m^2$ と x 軸および y 軸によって囲まれた図形を D とする。

(1) D の周上の格子点の数 L_m を m で表せ。

(2) D の周上および内部の格子点の数 T_m を m で表せ。

(3) $T_m - \frac{m}{3}L_m$ の最大値とそのときの m の値を求めよ。

[2]

実数 k は $2 < k \leq 3$ を満たすとする。以下の方法で数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を定める。

• $a_1 = b_1 = 2$

• $n \geq 1$ のとき、 x の方程式

$$x^4 - a_n x^2 - b_n + k = 0$$

の相異なる実数解の個数を a_{n+1} 、相異なる虚数解の個数を b_{n+1} とする。

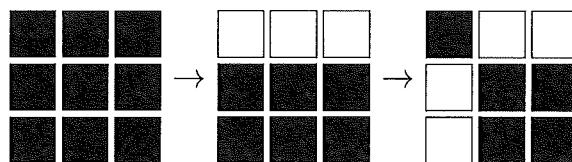
(1) $2 < k < 3$ のとき、 a_2, b_2, a_3, b_3 を求めよ。

(2) $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。

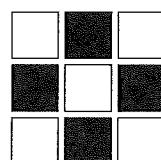
[3] 片面が黒、もう片面が白の正方形の板が 9 枚ある。これらを、横 3 列、縦 3 列に、すべて黒が表になるように並べる。さいころの出た目に従って、以下のように、ある 1 列をすべてひっくり返す（すなわち、白になっているものは黒に、黒になっているものは白にする）。

- 1 が出れば上の横の列にある板をすべてひっくり返す。
- 2 が出れば中央の横の列にある板をすべてひっくり返す。
- 3 が出れば下の横の列にある板をすべてひっくり返す。
- 4 が出れば左の縦の列にある板をすべてひっくり返す。
- 5 が出れば中央の縦の列にある板をすべてひっくり返す。
- 6 が出れば右の縦の列にある板をすべてひっくり返す。

たとえば、さいころを 2 回振って最初に 1、次に 4 が出たとき、板は次のようになる。



- (1) さいころを 2 回振ったときに、すべての板が黒になっている確率を求めよ。
- (2) さいころを 3 回振ったときに、すべての板が白になっている確率を求めよ。
- (3) さいころを 3 回振ったときに、下の図のようになっている確率を求めよ。



4

正の整数の組 (a, b, c) が次の式を満たすとする。

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(1) a, b, c のうち少なくとも一つは偶数であることを示せ。

(2) a, b, c のうちに素数ではないものがあることを示せ。