$x=\dfrac{34}{\sqrt{59}-5}$，$y=\dfrac{-34}{\sqrt{59}+5}$ のとき，次の式の値を求めよ．

$$x-y=\boxed{\text{ア}},$$
$$x^2+y^2=\boxed{\text{イ}},$$
$$x^3+y^3=\boxed{\text{ウ}},$$
$$x^3y+5x^2y^2+xy^3=\boxed{\text{エ}}$$

(20 関西医大 1(1))

【答】

ア	イ	ウ	エ
$2\sqrt{59}$	168	2020	68

【解答】

x，y の分母を有理化すると

$$x=\frac{34}{\sqrt{59}-5}=\frac{34(\sqrt{59}+5)}{59-5^2}=\sqrt{59}+5,$$
$$y=\frac{-34}{\sqrt{59}+5}=\frac{-34(\sqrt{59}-5)}{59-5^2}=-\sqrt{59}+5$$

したがって

$$x-y=\mathbf{2\sqrt{59}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．また，$x+y=10$，$xy=5^2-59=-34$ より

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=10^2-2(-34)=\mathbf{168} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

$$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=10^3-3(-34)\cdot 10=\mathbf{2020} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

$$\begin{aligned}x^3y+5x^2y^2+xy^3&=xy(x^2+5xy+y^2)\\&=(-34)\{168+5\cdot(-34)\}\quad(\text{上式の結果を代入した})\\&=\mathbf{68}\end{aligned} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．