

次の にあてはまる数値を答えよ.

座標平面上で、次の2つの関数

$$y = -3x^2 + 4x + 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$y = |ax| \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

について考える. ただし, a は正の定数とする. このとき, 次のことがいえる.

(1) 放物線 $\textcircled{1}$ の $x = t$ における接線 l の方程式は

$$y = \left(-\text{ア}t + \text{イ} \right) x + \text{ウ}t^2 + \text{エオ}$$

である.

接線 l が点 $(-1, 6)$ を通るとき

$$t = -\text{カ}, \text{キ}$$

である.

$t = \text{キ}$ のとき, $\textcircled{2}$ のグラフと接線 l の交点の x 座標が $-\frac{10}{7}$ であるとする.
このとき,

$$a = \text{ク}$$

である.

(2) $a = \text{ク}$ のとき, 放物線 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ のグラフの2つの共有点の座標は

$$\left(-\text{ケ}, \text{コ} \right), \left(\text{サ}, \text{シ} \right)$$

である.

放物線 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ のグラフで囲まれた図形の面積は

$$\frac{\text{スセ}}{\text{ソ}}$$

である.

(22 神戸学院大 文系・薬 4)

【答】	ア	イ	ウ	エオ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	スセ	ソ
	6	4	3	10	2	0	3	1	3	2	6	39	2

【解答】

$$y = -3x^2 + 4x + 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$y = |ax| \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

(1) $\textcircled{1}$ を微分して

$$y' = -6x + 4$$

放物線①の $x = t$ における接線 l の方程式は

$$y = (-6t + 4)(x - t) - 3t^2 + 4t + 10$$

すなわち

$$y = (-6t + 4)x + 3t^2 + 10 \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.

接線 l が点 $(-1, 6)$ を通るとき

$$6 = (-6t + 4)(-1) + 3t^2 + 10$$

$$3t^2 + 6t = 0$$

$$t = -2, 0 \quad \dots\dots(\text{答})$$

である. $t = 0$ のとき, 接線 l の方程式は

$$y = 4x + 10$$

である. ②のグラフと接線 l の交点の x 座標が $-\frac{10}{7}$ であるとき

$$\left| a \left(-\frac{10}{7} \right) \right| = 4 \cdot \left(-\frac{10}{7} \right) + 10$$

$a > 0$ より

$$10a = -40 + 70 \quad \therefore a = 3 \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.

(2) $a = 3$ のとき, 放物線①と②のグラフの2つの共有点の x 座標は

$$-3x^2 + 4x + 10 = |3x|$$

の解である.

$x < 0$ のとき

$$3x^2 - 7x - 10 = 0 \quad \therefore (3x - 10)(x + 1) = 0 \quad \therefore x = -1 (< 0)$$

$x \geq 0$ のとき

$$3x^2 - x - 10 = 0 \quad \therefore (3x + 5)(x - 2) = 0 \quad \therefore x = 2 (\geq 0)$$

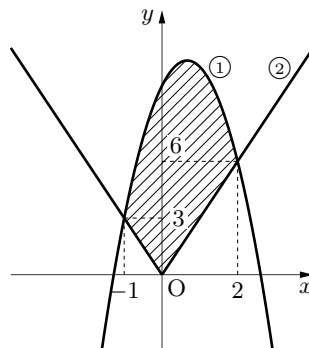
したがって, 共有点の座標は

$$(-1, 3), (2, 6) \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.

放物線①と②のグラフで囲まれた図形は右図の斜線部分であり, 面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^2 (-3x^2 + 4x + 10) dx \\ &= -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \\ &= \left[-x^3 + 2x^2 + 10x \right]_{-1}^2 - \frac{3}{2} - 6 \\ &= 27 - \frac{15}{2} \\ &= \frac{39}{2} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$



である.