

次の にあてはまる数値を答えよ。

大小2個のさいころを同時に投げるとき、大のさいころの出る目を x 、小のさいころの出る目を y とする。このとき、次のことがいえる。

(1) $x + y$ が偶数になる確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(2) xy が奇数になる確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

(3) $x + y$ が素数になる確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カキ}}$ である。

(4) xy が素数になる確率は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ である。

(5) $x + y$ を5で割った余りを X 、 xy を5で割った余りを Y とする。

(i) $X = 2$ であるとき、 $Y = 2$ である条件付き確率は $\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ である。

(ii) $Y = 2$ であるとき、 $X = 2$ である条件付き確率は $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ である。

(22 神戸学院大 文系・薬 1)

| | | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|
| 【答】 | ア | イ | ウ | エ | オ | カキ | ク | ケ | コ | サ | シ | ス |
| | 1 | 2 | 1 | 4 | 5 | 12 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 |

【解答】

大小2個のさいころの目の出方は 6^2 通りあり、これらの起こり方は同様に確からしい。

(1) $x + y$ が偶数になるのは、 x 、 y の偶奇が一致するときであるから、求める確率は

$$\frac{3^2 + 3^2}{6^2} = \frac{1}{2} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

(2) xy が奇数になるのは、 x 、 y がともに奇数のときであるから、求める確率は

$$\frac{3^2}{6^2} = \frac{1}{4} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

(3) $x + y$ が素数になるのは、 $2 \leq x + y \leq 12$ より

$$x + y = 2, 3, 5, 7, 11$$

のときであり、組 (x, y) の個数はそれぞれ1, 2, 4, 6, 2であるから、求める確率は

$$\frac{1 + 2 + 4 + 6 + 2}{6^2} = \frac{5}{12} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

(4) xy が素数になるのは、一方が 1 で他方が素数より

$$xy = 2, 3, 5$$

のときであり、組 (x, y) の個数はそれぞれ 2, 2, 2 であるから、求める確率は

$$\frac{2+2+2}{6^2} = \frac{1}{6} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

(5) $2 \leq x+y \leq 12$ のうち $X=2$ となるのは、 $x+y=2, 7, 12$ であり、組 (x, y) の個数はそれぞれ 1, 6, 1 である。

1 以上 36 以下の整数で 5 で割った余りが 2 となるのは、2, 7, 12, 17, 22, 27, 32 である。このうち $Y=2$ となるのは $xy=2, 12$ であり、組 (x, y) の個数はそれぞれ 2, 4 である。

$X=2$ かつ $Y=2$ となるのは、 $(x+y, xy) = (2, 2), (2, 12), (7, 2), (7, 12), (12, 2), (12, 12)$ であることが必要であり、組 (x, y) の個数はそれぞれ 0, 0, 0, 2, 0, 0 である。したがって、条件を満たす組 (x, y) は $(x, y) = (3, 4), (4, 3)$ の 2 通りだけである。

よって、(i), (ii) の条件付き確率は

$$(i) P_{X=2}(Y=2) = \frac{n(X=2 \text{ かつ } Y=2)}{n(X=2)} = \frac{2}{1+6+1} = \frac{1}{4} \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$(ii) P_{Y=2}(X=2) = \frac{n(X=2 \text{ かつ } Y=2)}{n(Y=2)} = \frac{2}{2+4} = \frac{1}{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- $x+y, xy$ の表をつくり、条件を満たす場合の数を数えながら、(1)~(5) の各確率を計算してもよい。

$x+y$ の表

| $x \backslash y$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------------|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

xy の表

| $x \backslash y$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------------|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |