

## 問題

## グラフの移動

**35** 2 次関数  $y = x^2 - 3x + 1$  のグラフを  $G$  とする。

(1) グラフ  $G$  を  $y$  軸方向に平行移動して、原点を通るようにしたグラフを表す関数を求めよ。

(2) グラフ  $G$  を  $x$  軸方向に  $-\frac{1}{2}$ ,  $y$  軸方向に  $\frac{1}{4}$  だけ平行移動したグラフを表す関数を求めよ。 (福井工業大)

**36** 2 次関数  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフを  $x$  軸に関して対称移動し、さらにそれを  $x$  軸方向に  $-1$ ,  $y$  軸方向に  $3$  だけ平行移動したところ、 $y = 2x^2$  のグラフが得られた。このとき  $a = \boxed{\text{アイ}}$ ,  $b = \boxed{\text{ウ}}$ ,  $c = \boxed{\text{エ}}$  である。 (センター試験)

**37** 放物線  $y = x^2 - 2x - 1$  と原点に関して対称な曲線を表す方程式を求めなさい。 (長岡技術科学大)

## チェック・チェック

## グラフの移動

グラフの形を変えない移動 (合同変換) として  
平行移動, 対称移動, 回転移動  
があります。(回転移動は数学IIIの複素数平面で学びます。)

**35** 関数  $y = f(x)$  のグラフを  $x$  軸方向に  $\alpha$ ,  $y$  軸方向に  $\beta$  だけ平行移動するとグラフの式は

$$y - \beta = f(x - \alpha)$$

です。

**36** 対称移動は、線対称と点対称があります。

$x$  軸,  $y$  軸, 直線  $y = x$ , 原点  
に関する対称移動は正しく使えるようにしておきましょう。関数  $y = f(x)$  のグラフを  $x$  軸に関して対称移動させたグラフを表す式は  $y = -f(x)$  です。

**37** 関数  $y = f(x)$  のグラフを原点に関して対称移動させたグラフを表す式は  $-y = f(-x)$  です。

## 解答・解説

## グラフの移動

**35** (1)  $G$  を  $y$  軸方向に  $b$  だけ平行移動したグラフの式は

$$y - b = x^2 - 3x + 1$$

これが原点を通るとき

$$0 - b = 1 \quad \therefore b = -1$$

よって、求める関数は

$$\underline{y = x^2 - 3x}$$

(2)  $G$  を  $x$  軸方向に  $-\frac{1}{2}$ ,  $y$  軸方向に  $\frac{1}{4}$  だけ平行移動したグラフの式は

$$y - \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{2}\right) + 1$$

$$\therefore \underline{y = x^2 - 2x}$$

**36**  $y = ax^2 + bx + c$  を  $x$  軸に関して対称移動すると

$$y = -ax^2 - bx - c$$

さらに  $x$  軸方向に  $-1$ ,  $y$  軸方向に  $3$  だけ平行移動すると

$$y - 3 = -a(x + 1)^2 - b(x + 1) - c$$

$$\therefore y = -ax^2 - (2a + b)x - a - b - c + 3$$

これが,  $y = 2x^2$  と一致するから

$$\begin{cases} -a = 2 \\ -(2a + b) = 0 \\ -a - b - c + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \underline{a = -2, \quad b = 4, \quad c = 1}$$

**別解**  $y = ax^2 + bx + c$  の頂点を  $(p, q)$  とおく。

この頂点を  $x$  軸に関して対称移動すると

$$(p, -q)$$

さらに  $x$  軸方向に  $-1$ ,  $y$  軸方向に  $3$  だけ平行移動すると

$$(p - 1, -q + 3)$$

これが  $y = 2x^2$  のグラフの頂点  $(0, 0)$  と一致するから

$$p = 1, \quad q = 3$$

よって,  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフは, 頂点の座標が  $(1, 3)$  で, 2 次の係数が  $-2$  だから

$$y = -2(x - 1)^2 + 3 = -2x^2 + 4x + 1$$

$$\therefore \underline{a = -2, \quad b = 4, \quad c = 1}$$

別解  $y = 2x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に 1,  $y$  軸方向に  $-3$  だけ平行移動すると

$$y = 2(x - 1)^2 - 3 = 2x^2 - 4x - 1$$

このグラフを  $x$  軸に関して対称移動すると

$$y = -2x^2 + 4x + 1$$

よって

$$a = -2, \quad b = 4, \quad c = 1$$

37 放物線  $y = x^2 - 2x - 1$  を原点に関して対称移動した放物線の式は

$$-y = (-x)^2 - 2(-x) - 1$$

$$\therefore \underline{\underline{y = -x^2 - 2x + 1}}$$