

1.5 1次不等式

問題

79 次の不等式を解け。

(1) $3x - 5 < x + 1 < 2x + 3$

(東京都市大)

(2)
$$\begin{cases} x - 4 \leq 5 - 2x \\ 4x + 1 > 3x - 5 \end{cases}$$

(東海大)

80 「 $(3x + 3 < x - 5$ または $x - 2 < 2x + 1)$ かつ $-2x + 3 > 1$ 」という条件をみたす x の範囲を求めなさい。ただし、該当する x が存在しないときは「存在しない」と答えること。

(名古屋学院大)

81 x の不等式 $2ax - 1 \leq 4x$ の解が $x \geq -5$ であるのは、定数 a がどのような値のときか。

(関西大)

チェック・チェック

79 (1) $A < B < C \iff \begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ です。

(2) 連立不等式 $\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ を解くということは、 $f(x) \leq 0$ かつ $g(x) > 0$ をみたす x の値の範囲を求めることです。

80 各不等式の解を数直線上にとり、「または」「かつ」に注意して条件をみたす x の範囲を求めます。

81 一般の1次以下の不等式について整理しておきましょう。

$ax \leq b$ の解は

(i) $a = 0$ のとき、 $\begin{cases} b \geq 0 \text{ ならば、実数全体} \\ b < 0 \text{ ならば、解なし} \end{cases}$

(ii) $a > 0$ のとき、 $x \leq \frac{b}{a}$

(iii) $a < 0$ のとき、 $x \geq \frac{b}{a}$

解答・解説

79 (1) $3x - 5 < x + 1$ より

$$2x < 6 \quad \therefore x < 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

 $x + 1 < 2x + 3$ より

$$-x < 2 \quad \therefore x > -2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

① かつ ② より $\underline{-2 < x < 3}$ (2) $x - 4 \leq 5 - 2x$ より

$$3x \leq 9 \quad \therefore x \leq 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

 $4x + 1 > 3x - 5$ より

$$x > -6 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

① かつ ② より $\underline{-6 < x \leq 3}$ 80 $3x + 3 < x - 5$ より $2x < -8 \quad \therefore x < -4$

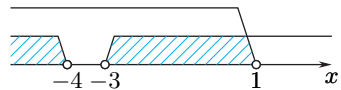
$$x - 2 < 2x + 1 \text{ より } x > -3$$

$$-2x + 3 > 1 \text{ より } -2x > -2 \quad \therefore x < 1$$

なので, 与えられた条件は

「 $(x < -4$ または $x > -3)$ かつ $x < 1$ 」

$$\therefore \underline{x < -4 \text{ または } -3 < x < 1}$$

81 $2ax - 1 \leq 4x$ より $(2a - 4)x \leq 1$ 解が $x \geq -5$ となるためには

$$2a - 4 < 0 \text{ すなわち } a < 2$$

が必要である。このとき $x \geq \frac{1}{2a - 4}$ であり

$$\frac{1}{2a - 4} = -5 \quad 1 = -5(2a - 4) \quad \therefore a = \frac{19}{10}$$

これは $a < 2$ をみたすから $\underline{a = \frac{19}{10}}$