

1.7 2次不等式

問題

- 85** (1) 2次不等式 $x(x-3) - x - 5 < 0$ の解は 。 (日本工業大)
- (2) 連立不等式 $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 < 0 \\ x^2 + 3x + 1 > 0 \end{cases}$ をみたす x の範囲は である。
(愛知工業大)
- (3) $x^2 - (a+1)x - a - 2 > 0$ を x について解け。ただし、 a を実数とする。
(昭和女子大)
- (4) a を定数とするとき、 x についての次の不等式を解け。
 $(a-2)x^2 + (4-a)x - 2 \geq 0$ (愛知教育大)

チェック・チェック

- 85** (1) 因数分解します。
- (2) 2つの不等式の解の共通部分が求める連立不等式の解です。
- (3) (左辺) = 0 の2解 $x = a + 2$, -1 の大小比較が必要です。
- (4) 2次不等式とは限りません。 $a = 2$ のときは2次の係数が0となり、1次不等式を解くこととなります。

解答・解説

85 (1) $x(x-3) - x - 5 < 0$ より

$$x^2 - 4x - 5 < 0 \quad (x-5)(x+1) < 0 \quad \therefore \underline{-1 < x < 5}$$

(2) $x^2 - 2x - 3 < 0$ を解くと

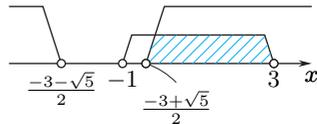
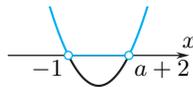
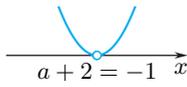
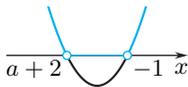
$$(x+1)(x-3) < 0 \quad \therefore -1 < x < 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

 $x^2 + 3x + 1 > 0$ を解くと

$$x < \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} \quad \text{または} \quad \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} < x \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

\textcircled{1} か \textcircled{2} より

$$\underline{\frac{-3 + \sqrt{5}}{2} < x < 3}$$

(3) $x^2 - (a+1)x - a - 2 > 0$ より $\{x - (a+2)\}(x+1) > 0$ (i) $a+2 < -1$ すなわち $\underline{a < -3}$ のとき $\underline{x < a+2, x > -1}$ (ii) $a+2 = -1$ すなわち $\underline{a = -3}$ のとき $\underline{x \neq -1}$ (iii) $a+2 > -1$ すなわち $\underline{a > -3}$ のとき $\underline{x < -1, x > a+2}$ (4) $(a-2)x^2 + (4-a)x - 2 \geq 0$ より $\{(a-2)x+2\}(x-1) \geq 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$ (i) $\underline{a = 2}$ のとき $2(x-1) \geq 0 \quad \therefore \underline{x \geq 1}$ (ii) $\underline{a > 2}$ のとき $\textcircled{1} : \left(x + \frac{2}{a-2}\right)(x-1) \geq 0$

$$-\frac{2}{a-2} < 0 < 1 \text{ に注意して } \underline{x \leq -\frac{2}{a-2}, x \geq 1}$$

(iii) $a < 2$ のとき $\textcircled{1} : \left(x + \frac{2}{a-2}\right)(x-1) \leq 0$ ここで、 $-\frac{2}{a-2}$ と 1 の大小を比較すると、 $-\frac{2}{a-2} > 1$ のとき $a > 0$ なので

$$\underline{0 < a < 2 \text{ のとき, } 1 \leq x \leq -\frac{2}{a-2}}$$

$$\underline{a = 0 \text{ のとき, } x = 1}$$

$$\underline{a < 0 \text{ のとき, } -\frac{2}{a-2} \leq x \leq 1}$$