問題

鈍角の三角比・相互関係

101 (1) θ が第 2 象限の角で $\sin\theta = \dfrac{4}{5}$ のとき，$\cos\theta = \boxed{\quad}$，$\tan\theta = \boxed{\quad}$ である。（足利工業大）

(2) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ で，$\cos\theta = -\dfrac{2}{5}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。（長崎総合科学大）

(3) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ で $\tan\theta = -2\sqrt{2}$ とする。このとき，$\sin\theta = \boxed{\quad}$，$\cos\theta = \boxed{\quad}$ である。（八戸工業大）

チェック・チェック

鈍角の三角比・相互関係

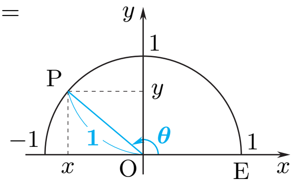
101 原点を中心とする半径 1 の円（単位円）で，$\angle\mathrm{POE} = \theta$ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ とすると

$$\cos\theta = \frac{x}{1} = x,\quad \sin\theta = \frac{y}{1} = y,\quad \tan\theta = \frac{y}{x}$$

である。とくに θ が鈍角（$90^\circ < \theta < 180^\circ$）のとき

$$\cos\theta < 0,\quad \sin\theta > 0,\quad \tan\theta < 0$$

である。

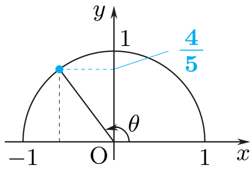


解答・解説

鈍角の三角比・相互関係

101 (1) $\sin\theta = \frac{4}{5}$ より

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$



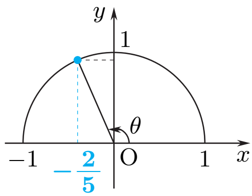
θ が第 2 象限の角より $\cos\theta < 0$ であるから

$$\cos\theta = -\sqrt{\frac{9}{25}} = \underline{\boldsymbol{-\frac{3}{5}}}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \underline{\boldsymbol{-\frac{4}{3}}}$$

(2) $\cos\theta = -\frac{2}{5}$ より

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{21}{25}$$



$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ より $\sin\theta \geqq 0$ であるから

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{21}{25}} = \underline{\boldsymbol{\frac{\sqrt{21}}{5}}}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{-\frac{2}{5}} = \underline{\boldsymbol{-\frac{\sqrt{21}}{2}}}$$

(3) $\frac{1}{\cos^2\theta} = 1 + \tan^2\theta = 1 + (-2\sqrt{2})^2 = 9$　　$\therefore$　$\cos^2\theta = \frac{1}{9}$

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$，$\tan\theta < 0$ より θ は第 2 象限の角となり，$\cos\theta < 0$ であるから

$$\cos\theta = -\sqrt{\frac{1}{9}} = \underline{\boldsymbol{-\frac{1}{3}}}$$

また，$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より

$$\sin\theta = \tan\theta\cdot\cos\theta = -2\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) = \underline{\boldsymbol{\frac{2\sqrt{2}}{3}}}$$