

問題

$90^\circ \pm \theta$, $180^\circ \pm \theta$ の三角比

102 $\tan(90^\circ - \theta) = 7$ のとき, $\tan \theta = \square$ である。 (八戸工業大)

103 $(\sin 20^\circ - \cos 20^\circ)^2 + (\sin 70^\circ + \cos 70^\circ)^2 = \square$ (愛知学院大)

104 $\sin 160^\circ \cos 70^\circ + \cos 20^\circ \sin 70^\circ$ の値を求めよ。 (東北芸工大)

チェック・チェック

$90^\circ \pm \theta$, $180^\circ \pm \theta$ の三角比

102 余角の公式です。

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\cos(90^\circ - \theta)} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\tan \theta}$$

103 角を 20° に統一することを考えましょう。

$$\sin 70^\circ = \sin(90^\circ - 20^\circ) = \cos 20^\circ$$

$$\cos 70^\circ = \cos(90^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ$$

ですね。

104 補角の公式も使えるようにしましょう。

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = \frac{\sin(180^\circ - \theta)}{\cos(180^\circ - \theta)} = \frac{\sin \theta}{-\cos \theta} = -\tan \theta$$

補角, 余角の公式を使って, 角の統一をはかります。

解答・解説

90° ± θ, 180° ± θ の三角比

102 $\tan(90^\circ - \theta) = 7$ より

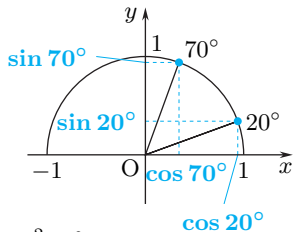
$$\frac{1}{\tan \theta} = 7 \quad \therefore \underline{\tan \theta = \frac{1}{7}}$$

103 $\sin 70^\circ = \sin(90^\circ - 20^\circ) = \cos 20^\circ$

$$\cos 70^\circ = \cos(90^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ$$

より

$$\begin{aligned} & (\sin 20^\circ - \cos 20^\circ)^2 + (\sin 70^\circ + \cos 70^\circ)^2 \\ &= (\sin 20^\circ - \cos 20^\circ)^2 + (\cos 20^\circ + \sin 20^\circ)^2 \\ &= (\sin^2 20^\circ - 2 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ + \cos^2 20^\circ) \\ & \quad + (\cos^2 20^\circ + 2 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ + \sin^2 20^\circ) \\ &= 2(\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) = \underline{2} \end{aligned}$$



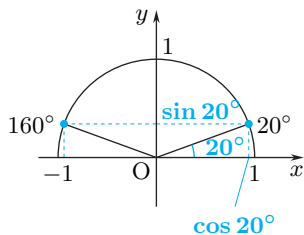
104 $\sin 160^\circ = \sin(180^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ$

$$\cos 70^\circ = \cos(90^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ$$

$$\sin 70^\circ = \sin(90^\circ - 20^\circ) = \cos 20^\circ$$

より

$$\begin{aligned} & \sin 160^\circ \cos 70^\circ + \cos 20^\circ \sin 70^\circ \\ &= \sin 20^\circ \sin 20^\circ + \cos 20^\circ \cos 20^\circ \\ &= \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ = \underline{1} \end{aligned}$$



別解 $\sin 160^\circ = \sin(90^\circ + 70^\circ) = \cos 70^\circ$, $\cos 20^\circ = \cos(90^\circ - 70^\circ) = \sin 70^\circ$ として、角を 70° に統一して計算してもよい。