問題

不等式

115 $0^\circ < \theta < 135^\circ$ のとき，不等式 $2\sin^2\theta - \cos\theta - 1 > 0$ を解け。

（龍谷大）

116 不等式 $2\cos^2\theta + \sin\theta - 2 < 0$ を解け。
ただし，$0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。（川村学園女子大）

117 $0^\circ \leqq \theta < 90^\circ$ のとき，$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ をみたす θ の値は $\boxed{}$，$\tan\theta > \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ をみたす θ の範囲は $\boxed{} < \theta < \boxed{}$ である。（西日本工業大）

チェック・チェック

不等式

115 $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ を利用すると，$\cos\theta$ のみで表せます。

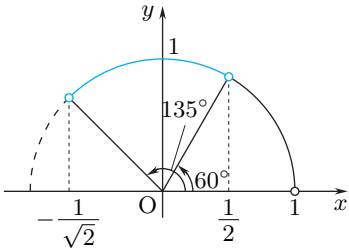
116 $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ を利用すると，$\sin\theta$ のみで表せます。

117 $0^\circ \leqq \theta < 90^\circ$ のとき，$\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ となる θ は 30° です。$\tan\theta > \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ となる θ の範囲は単位円の中で確認しましょう。

解答・解説

不等式

115 $2(1-\cos^2\theta)-\cos\theta-1>0$



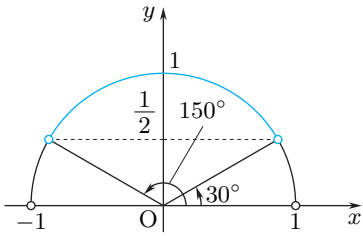
$\cos\theta=t$ とおくと，与式は

$$2t^2+t-1<0$$
$$(2t-1)(t+1)<0$$
$$-1<t<\frac{1}{2}$$
$$\therefore\quad -1<\cos\theta<\frac{1}{2}$$

ここで，$0^\circ<\theta<135^\circ$ より

$$\underline{\boldsymbol{60^\circ<\theta<135^\circ}}$$

116 $2(1-\sin^2\theta)+\sin\theta-2<0$



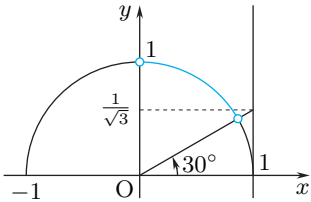
$$2\sin^2\theta-\sin\theta>0$$
$$\sin\theta(2\sin\theta-1)>0$$
$$\therefore\quad \sin\theta<0,\ \sin\theta>\frac{1}{2}$$

$0^\circ<\theta<180^\circ$ より

$$\underline{\boldsymbol{30^\circ<\theta<150^\circ}}$$

117 $0^\circ\leqq\theta<90^\circ$，$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ より

$$\underline{\boldsymbol{\theta=30^\circ}}$$



次に，$\tan\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ をみたす θ は $\theta=30^\circ$ なので，

$0^\circ\leqq\theta<90^\circ$ において，$\tan\theta>\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ をみたす θ の範囲は

$$\underline{\boldsymbol{30^\circ<\theta<90^\circ}}$$