# 問題

## 空間図形への応用

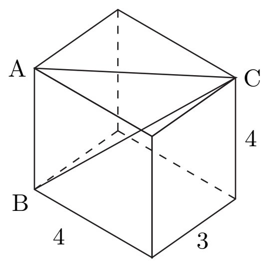
**145** あるビルの高さを求めるために，壁面から 30m 離れた地点で屋上を見上げる角を測ったところ，57° であった。目の高さを 1m とするとき，このビルの高さは $\boxed{\phantom{00}}$ m である。また，その他の条件は一切同じで，見上げる角が 67° であったとき，ビルの高さは $\boxed{\phantom{00}}$ m である。ただし，見上げる人とビルは，ともに水平な土地にたっている。$\tan 57^\circ = 1.5399$，$\tan 67^\circ = 2.3559$ として，答は小数第 1 位で四捨五入せよ。（武蔵大）

**146** 地点 A から真北の方向の地点 B に塔がたっている。A から塔の先端を見上げる仰角は 60° である。A から真東に 100m 移動した地点 C から塔の先端を見上げる仰角は 30° である。このとき，AB 間の距離は $\boxed{\phantom{00}}$ m であり，この塔の高さは $\boxed{\phantom{00}}$ m である。（日本大）

**147** 底辺の縦，横がそれぞれ 3cm，4cm，高さが 4cm の直方体で，三角形 ABC を考える。三角形 ABC の面積は $\boxed{\phantom{00}}$ である。また $\angle ABC = \alpha$ とすると

$$\sin\alpha = \boxed{\phantom{00}},\quad \cos\alpha = \boxed{\phantom{00}}$$

である。（桐蔭横浜大）




**148** 図の直方体 ABCD − EFGH において，

$$AB = 3,\ AD = 2,\ AE = 1$$

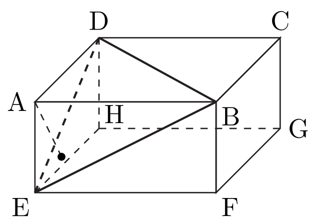
とし，$\angle DEB = \theta$ とおく。このとき，次の各問に答えよ。

(1) BD，DE，EB の長さを求めよ。

(2) $\cos\theta$ の値を求めよ。

(3) 三角形 BDE の面積を求めよ。

(4) A から三角形 BDE に下ろした垂線の長さを求めよ。（北海道工業大）



# チェック・チェック

## 空間図形への応用

**145** まずは，状況を簡潔に図示しましょう。そうすれば，鋭角の三角比の定義からただちに計算できます。

本問のように，角を測ることによって，実測できないビルの高さや山の高さを知ること（測量）ができますね。

**146** A，B，C の位置関係がわかる立体図をかきましょう。

**147** 空間図形といっても，その中に現れる三角形や四角形を考えると，それら 1 つ 1 つは平面図形です。

本問は $\triangle$ABC について調べますが，たとえば，1 辺 AC は，長方形の対角線です。

**148** (4) では四面体 ABDE の体積を

$$\frac{1}{3} \times \mathrm{AE} \times \triangle\mathrm{ABD} \text{ と } \frac{1}{3} \times h \times \triangle\mathrm{BDE}$$

の **2 通り**に考えてみましょう。

# 解答・解説

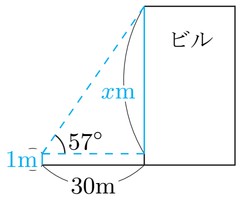
## 空間図形への応用

**145** ビルの高さから 1 m ひいた高さを $x$ m とおくと

$$\tan 57^\circ = \frac{x}{30}$$

$$\therefore \quad x = 30 \cdot \tan 57^\circ = 30 \times 1.5399 = 46.197$$

よって，ビルの高さは，$x+1 = 47.197$ を小数第 1 位で四捨五入すると　**47** (m)




同じように考えて，角度が 67° のときの高さから 1 m ひいた高さを $y$ m とおくと

$$y = 30 \cdot \tan 67^\circ = 30 \times 2.3559 = 70.677$$

よって，ビルの高さは，$y+1 = 71.677$ を小数第 1 位で四捨五入すると　**72** (m)

**146** 塔の先端を H，AB $= x$ とおくと

$$\mathrm{HB} = x\tan 60^\circ = \sqrt{3}x$$

$$\mathrm{BC} = \frac{\mathrm{HB}}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}\mathrm{HB} = 3x$$

また，三平方の定理より

$$\mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2 = \mathrm{BC}^2$$

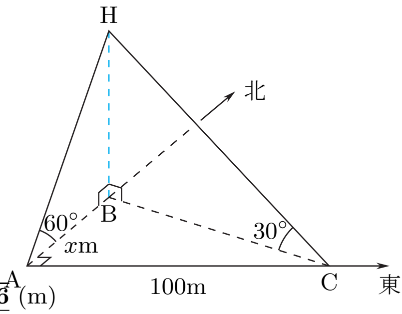
$$x^2 + 100^2 = 9x^2$$

$x > 0$ より

$$x = \sqrt{\frac{100^2}{8}} = \frac{100}{2\sqrt{2}} = 25\sqrt{2}$$

よって

$$\mathrm{AB} = x = \mathbf{25\sqrt{2}}\ (\mathrm{m}), \quad \mathrm{HB} = \mathbf{25\sqrt{6}}\ (\mathrm{m})$$




**147** $\mathrm{AB} = 4$，$\mathrm{AC} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$，AB⊥AC

なので，三角形 ABC の面積は

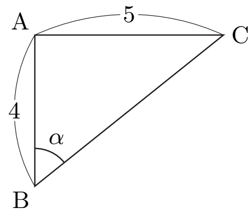
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 5 = \mathbf{10\ (cm^2)}$$

また，BC の長さは

$$\mathrm{BC} = \sqrt{4^2+5^2} = \sqrt{41}$$

より

$$\sin\alpha = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}} = \mathbf{\frac{5\sqrt{41}}{41}}, \quad \cos\alpha = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}} = \mathbf{\frac{4\sqrt{41}}{41}}$$

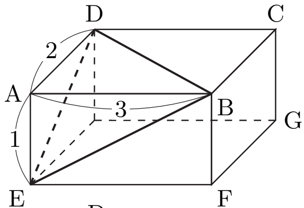


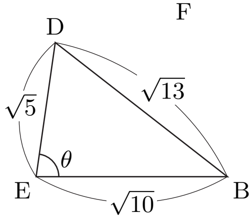
**148** (1) 三平方の定理より

$$BD = \sqrt{3^2 + 2^2} = \underline{\boldsymbol{\sqrt{13}}}$$

$$DE = \sqrt{2^2 + 1^2} = \underline{\boldsymbol{\sqrt{5}}}$$

$$EB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \underline{\boldsymbol{\sqrt{10}}}$$




(2) 三角形 DEB に余弦定理を用いると

$$\cos\theta = \frac{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{10})^2 - (\sqrt{13})^2}{2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}$$

$$= \frac{1}{5\sqrt{2}}$$

$$= \underline{\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{10}}}$$

(3) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ より $\sin\theta > 0$ だから

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

よって

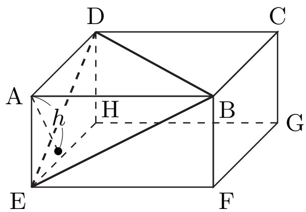
$$\triangle BDE = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = \underline{\boldsymbol{\frac{7}{2}}}$$

(4) 四面体 ABDE の体積を $V$ とすると

$$V = \frac{1}{3} \times AE \times \triangle ABD$$

$$= \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3$$

$$= 1 \quad \cdots\cdots ①$$




また，A から三角形 BDE に下ろした垂線の長さを $h$ とすると

$$V = \frac{1}{3} \times h \times \triangle BDE$$

$$= \frac{1}{3} \times h \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{7}{6}h \quad \cdots\cdots ②$$

①，② より

$$1 = \frac{7}{6}h \qquad \therefore \quad h = \underline{\boldsymbol{\frac{6}{7}}}$$