

1.8 連分数

問題

203 次の式を簡単にせよ。

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$$

(高知工科大 改)

204 $\frac{355}{113} = \square + \frac{1}{\frac{\square}{\square + \frac{1}{\square}}}$ である。

(甲南大)

チェック・チェック

$a_0 + \frac{b_1}{a_1 + \frac{b_2}{a_2 + \dots}}$ の形をした分数式を連分数といいます。

203 単なる式変形です。

204 $a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots}}$ の形の式は、 n を m でわったときの商を a_0 、余りを r

とおくと

$$n = ma_0 + r \iff \frac{n}{m} = a_0 + \frac{r}{m} = a_0 + \frac{1}{\frac{m}{r}}$$

次に m を r でわることにより、連分数展開が続いていきます。

解答・解説

203 与式を整理して

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{4}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{\frac{7}{4}} = \frac{4}{7}$$

204 $\frac{355}{113} = 3 + \frac{16}{113} = 3 + \frac{1}{\frac{113}{16}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}}$